

- 1.a) A velocidade mínima com que se deve lançar o satélite para atingir a órbita geostacionária pode ser obtida pelo balanço energético:

$$E_{C,superfície} + E_{P,superfície} = E_{P,órbita} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_s \cdot v_o^2 - G \frac{m_T \cdot m_s}{R_T} = -G \frac{m_T \cdot m_s}{R_{órbita}}$$

$$v_o = \sqrt{2 G m_T \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_{órbita}} \right)}$$

Uma vez atingida a órbita o satélite terá de receber um impulso adicional que lhe permita adquirir a velocidade necessária para se manter em órbita. Da relação de forças em órbita podemos obter o valor do produto  $G \cdot m_T$ :

$$F_G = F_C \Leftrightarrow G \frac{m_T \cdot m_s}{(R_{órbita})^2} = m_s \frac{(v_{órbita})^2}{R_{órbita}} = m_s \frac{\left( \frac{2\pi R_{órbita}}{T} \right)^2}{R_{órbita}}$$

$$G m_T = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot (R_{órbita})^3$$

Podemos agora calcular o valor da velocidade de lançamento:

$$v_o = \sqrt{2 \times \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \times (R_{órbita})^3 \times \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_{órbita}} \right)}$$

$$= \sqrt{2 \times \left( \frac{2\pi}{24 \times 3600} \right)^2 \times (6,4 \times 10^6 + 3,6 \times 10^7)^3 \times \left( \frac{1}{6,4 \times 10^6} - \frac{1}{6,4 \times 10^6 + 3,6 \times 10^7} \right)}$$

$$\approx 10300 \text{ m/s} \approx 10,3 \text{ km/s} \approx 37000 \text{ km/h}$$

- 1.b) Usando as leis do movimento uniformemente acelerado:

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x \Leftrightarrow a = \frac{v^2 - v_o^2}{2 \Delta x} = \frac{10300^2 - 0}{2 \times 275} \approx 193000 \text{ m/s}^2 \approx 20000 \times g$$

- 1.c) A aceleração necessária danificaria o satélite e os instrumentos a bordo.

- 2.a) Primeiro calculamos a massa do tomate ( $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ ):

$$m_{tomate} = \rho_{tomate} \times V_{tomate} = \rho_{tomate} \times \frac{4}{3} \pi (R_{tomate})^3 = 1 \times \frac{4}{3} \pi \times 3^3 = 113 \text{ g} = 0,113 \text{ kg}$$

Podemos agora calcular o impulso fornecido pela cara ao tomate:

$$|\text{Impulso}| = m_{tomate} \times v_{inicial} = 0,113 \times 10 = 1,13 \text{ N}\cdot\text{s}$$

- 2.b)  $\Delta t = \frac{\text{diâmetro do tomate}}{\text{velocidade inicial}} = \frac{6 \times 10^{-2}}{10} = 6 \times 10^{-3} \text{ s} = 6 \text{ ms}$

- 2.c)  $\overline{F_{cara}} = \frac{|\text{Impulso}|}{\Delta t} = \frac{1,13}{0,006} = 190 \text{ N}$

2.d) Considerando que o choque se dá perpendicularmente à parede do avião:

$$\overline{F_{\text{avião}}} = \frac{|\text{Impulso}|}{\Delta t} = \frac{m_{\text{pato}} \times v_{\text{relativa inicial}}}{\frac{\text{dimensão do pato}}{v_{\text{relativa inicial}}}} = \frac{m_{\text{pato}}}{d_{\text{pato}}} \times (v_{\text{relativa inicial}})^2$$

Podemos desprezar a velocidade do pato se admitirmos que é muito inferior à do avião, o que é razoável:  $v_{\text{pato}} \ll v_{\text{avião}} \Rightarrow v_{\text{relativa inicial}} \approx v_{\text{avião}}$ . Admitindo agora um pato bem gordinho, com uma massa de 3 kg e um comprimento de cerca de 30 cm, podemos estimar a força média que a parede do avião terá de suportar:

$$\overline{F_{\text{avião}}} = \frac{m_{\text{pato}}}{d_{\text{pato}}} \times (v_{\text{relativa inicial}})^2 = \frac{3}{0,30} \times \left(\frac{500}{3,6}\right)^2 \approx 190000 \text{ N}$$

ou seja, cerca de 1000 vezes superior à força do tomate sobre a cara. Na realidade o choque terá maior probabilidade de ser oblíquo, dada a forma aerodinâmica do avião, o que deverá diminuir o valor da força.

3) Aplicando a lei de Ohm às duas associações de lâmpadas, temos:

$$\begin{cases} \text{Associação em série} & \Rightarrow V = (R_{10\Omega} + R) \times I_S \Leftrightarrow I_S = \frac{V}{R_{10\Omega} + R} \\ \text{Associação em paralelo} & \Rightarrow V = \frac{R_{10\Omega} \times R}{R_{10\Omega} + R} \times I_P \Leftrightarrow I_P = V \times \frac{R_{10\Omega} + R}{R_{10\Omega} \times R} \end{cases}$$

Admitindo que a intensidade luminosa é proporcional à potência dissipada nas lâmpadas:

$$P_{\text{paralelo}} = 5 \times P_{\text{série}} \Leftrightarrow (V \times I_P) = 5 \times (V \times I_S) \Leftrightarrow \frac{R_{10\Omega} + R}{R_{10\Omega} \times R} = \frac{5}{R_{10\Omega} + R}$$

Usando unidades do sistema internacional obtemos a seguinte equação:

$$\frac{10 + R}{10R} = \frac{5}{10 + R} \Leftrightarrow R^2 - 30R + 100 = 0$$

que permite obter duas soluções para o valor da resistência desconhecida:

$$R = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \times 1 \times 100}}{2 \times 1} = 15 \pm 5\sqrt{5} \Omega = 3,8 \Omega \text{ ou } 26,2 \Omega$$