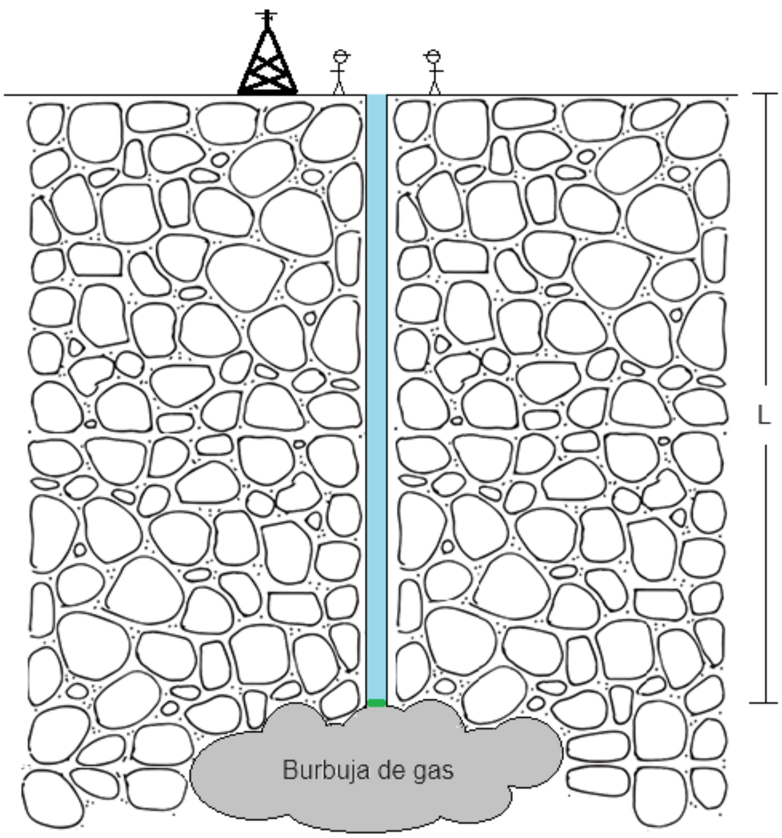
Prova Teórica

PROBLEMA 1. EXPLORAÇÃO SUBTERRÂNEA

Uns trabalhadores perfuram verticalmente o solo para atingir uma bolha de $4\,m^3$ de gás ideal diatómico pressurizado, a $95\,°C$. É utilizada uma broca de raio $b = 10\,cm$, de modo a deixar no solo uma abertura cilíndrica vertical com a mesma espessura da broca, cujas paredes são isoladas termicamente. À medida que a broca avança, a abertura é completamente preenchida com água salgada. Quando um comprimento total $L = 200\,m$ tiver sido perfurado, ocorrerá o contacto com a bolha de gás, pelo que os trabalhadores retiram a broca e colocam uma parede móvel muito fina e leve na extremidade inferior do furo, cuja única função é impedir que o gás se misture com a água salgada. Uma vez colocada, a barreira pode mover-se livremente sem qualquer atrito com as paredes da abertura.



BY-NC-SA

A densidade do gás de bolha antes da perfuração é $\rho_g = 2{,}50\ kg/m^3$, e algumas propriedades físicas da água salgada utilizada são:

Propriedade	Valor
Resistividade elétrica a 20 °C. (r_{20})	$0{,}25\ \Omega \cdot m$
Coeficiente de temperatura da resistividade (α)	$-0{,}005\ K^{-1}$
Densidade (ρ)	$1050\ kg/m^3$

Os trabalhadores permitem que a barreira se desloque uma distância $l = 25\ m$ para cima de forma controlada. À medida que a barreira sobe, a água que vai saindo da abertura por cima vai-se perder. Considere que durante este processo não há troca de energia térmica entre o gás e o meio envolvente.

PERGUNTA A: Determine a pressão que tinha a bolha de gás antes de fazer a perfuração. (3 pontos)

O gás começa a receber energia de uma veia vulcânica próxima, devido à perturbação na área. Exatamente depois de a barreira subir a distância l acima mencionada, a temperatura do gás permanece constante. Começa a verificar-se uma troca de energia entre o gás e a água, estabelecendo-se um gradiente linear de temperatura ao longo da coluna de água. A temperatura ambiente na superfície superior da coluna é $T_3 = 17{,}1\ °C$, enquanto a temperatura no fundo da coluna é igual à temperatura do gás e considera-se que a barreira permite a passagem livre de calor.

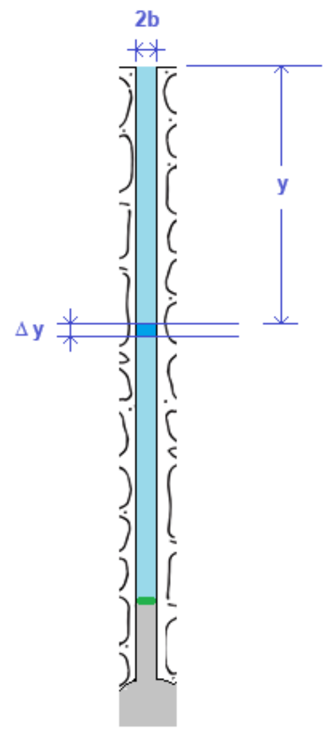
PERGUNTA B: Escreva uma expressão que dá a temperatura do fluido em função da profundidade y em relação ao nível do solo. (1,5 pontos)

PERGUNTA C: Considere uma pequena porção da coluna de água, de altura Δy, localizada a uma profundidade y. Obtenha a expressão para a resistência elétrica ΔR que esta pequena porção de água terá em função da profundidade y e da altura Δy da porção. Considere que a resistividade elétrica varia com a temperatura de acordo com:

$$\boldsymbol{r(T) = r_{ref}\,[1 + \alpha(T - T_{ref})]}\,,$$

onde r_{ref} é a resistividade elétrica a uma temperatura de referência T_{ref}. (2 pontos)

(cc) BY-NC-SA



PERGUNTA D: Determine a taxa a que a resistência elétrica por unidade de comprimento do fluído $(\Delta R/\Delta y)$ varia em função da profundidade y (2 pontos).

PERGUNTA E: Determine a resistência elétrica que a coluna de água salgada terá (1,5 pontos).

BY-NC-SA

PROBLEMA 2. TRÂNSITO PLANETÁRIO

O método de trânsito permite aos astrónomos detetar planetas extrassolares, que estão demasiado longe para serem detetados por um telescópio convencional.

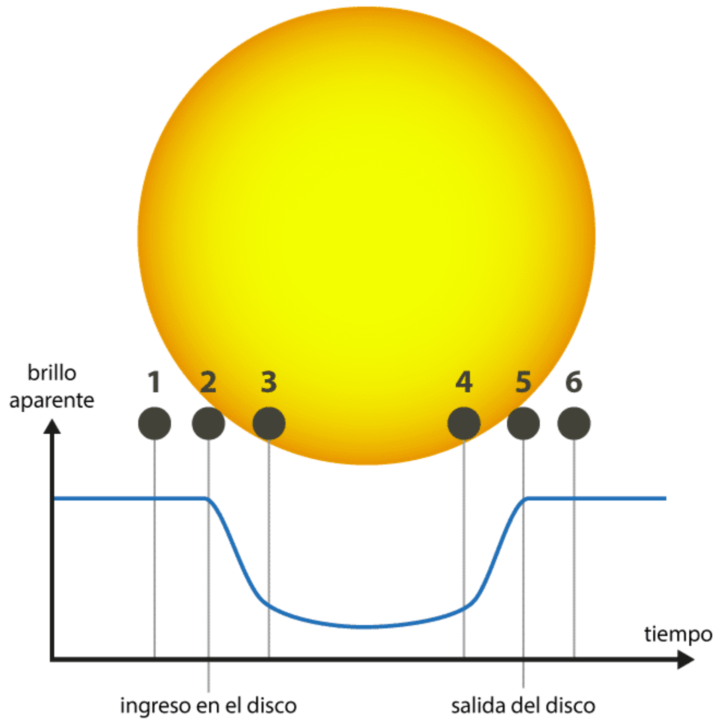


Figura 1. Trânsito planetário e curva de luz. Esta figura não está à escala. Figura retirada de: https://www.astrosirio.org

Ao passar em frente da sua estrela, num trânsito, o planeta escurece ligeiramente a luz emitida pela estrela, diminuindo uma pequena fração do seu brilho de cada vez que passa em frente dela. Esta fração depende da razão entre as áreas do planeta e da sua estrela.

Usando o telescópio espacial Kepler, descobriu-se que a estrela HAT-P-7 (semelhante ao nosso Sol) tem um raio de $1.386 \times 10^{8}\, m$ e uma massa de $3.0 \times 10^{30} kg$. A curva de luz do exoplaneta em trânsito HAT-P-7-b é mostrada na Figura 2. Para simplificar o problema, apenas a interação da estrela com um único planeta é considerada.

BY-NC-SA

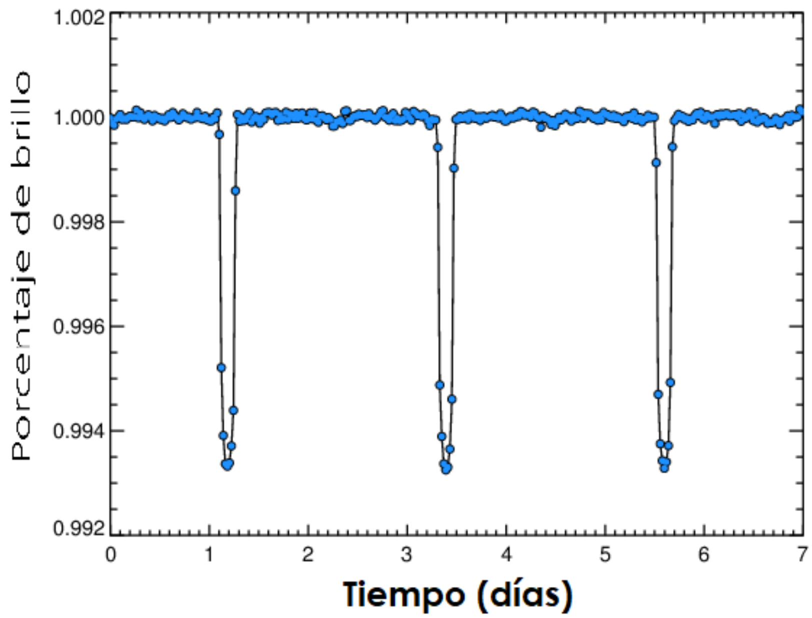


Figura 2. Curva de luz da estrela HAT-P-7

PERGUNTA A: Utilizando os dados fornecidos na Figura 2, determine o período de translação do planeta em torno da sua estrela. (1 ponto)

PERGUNTA B: Calcule a distância da estrela ao planeta. Compare o teu resultado com a distância da Terra ao Sol (2 pontos)

PERGUNTA C: Calcule a velocidade radial do planeta, assumindo que a órbita do planeta é circular (2 pontos)

PERGUNTA D: Quando o planeta orbita em torno da sua estrela, produz uma pequena oscilação da estrela em torno do centro de massa do sistema estrela-planeta. A velocidade deste movimento pode ser medida por efeito Doppler. Neste caso, sabe-se que a velocidade da estrela é de 213 m/s e que o Sistema Solar está no mesmo plano que a órbita do exoplaneta. Calcule a massa do planeta. (1 ponto)

BY-NC-SA

PERGUNTA E: Qual é o raio do exoplaneta? Compare com o raio da Terra e do planeta Júpiter (1 ponto).

PERGUNTA F: Determine a densidade do planeta (1 ponto)

PERGUNTA G: Sabe-se que a estrela HAT-P-7 emite a sua maior quantidade de energia no comprimento de onda 449,7 nm. Qual é a temperatura da superfície da estrela? (1 ponto)

PERGUNTA H: Determine a temperatura de equilíbrio do planeta, assumindo que ele se comporta como um corpo negro. (1 ponto)

$$G = 6.674 \times 10^{-11} N\, m^2/kg^2$$

$$Dist\hat{a}ncia\ Terra - Sol = 1.5 \times 10^{11} m$$

$$R_{Terra} = 6.371 \times 10^6\ m$$

$$R_{J\acute{u}piter} = 6.991 \times 10^7\ m$$

$$\text{Constante de Wien} = 2.90 \times 10^{-3}\ m\ K$$

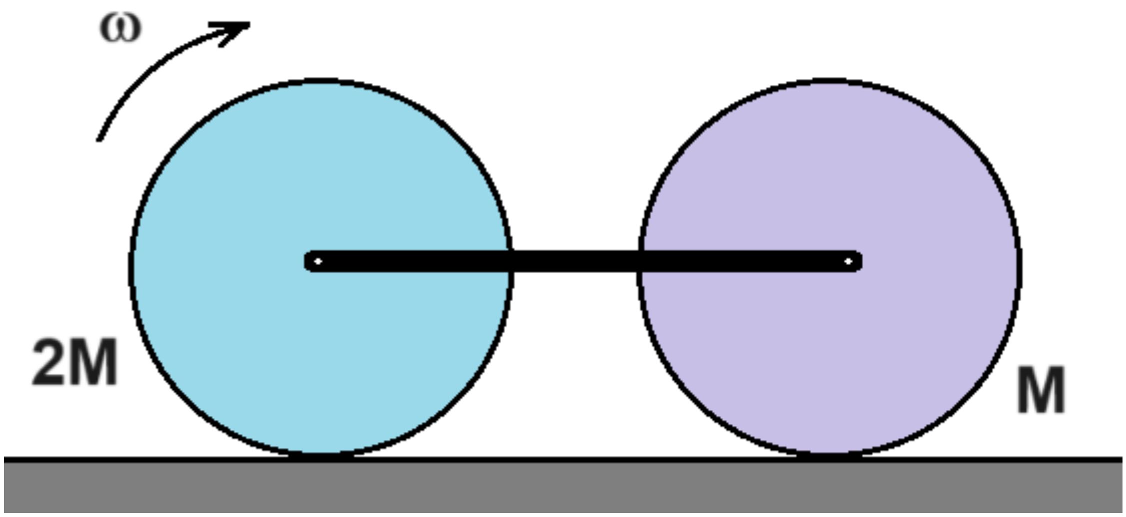
$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ W/m^2\ K^4$$

BY-NC-SA

PROBLEMA 3.1. UM CARRITO QUE PATINA

Um carrinho é constituído por dois discos maciços de igual raio R, mas de massas diferentes, um dos quais tem o dobro da massa do outro. Os eixos de rotação de ambos os discos estão ligados por uma barra rígida leve, como mostra a figura. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre os dois discos e o solo têm todos o mesmo valor μ.

Inicialmente, pega-se no disco mais pesado (o da esquerda) e acelera-se até atingir uma velocidade angular ω no sentido dos ponteiros do relógio, de acordo com o desenho; uma vez atingida esta velocidade, coloca-se o carrinho no chão, em repouso, com esse disco em rotação e solta-se imediatamente, desprezando o atrito nos eixos dos discos. A inércia rotacional de um disco sólido é $\frac{1}{2}ML^2$.



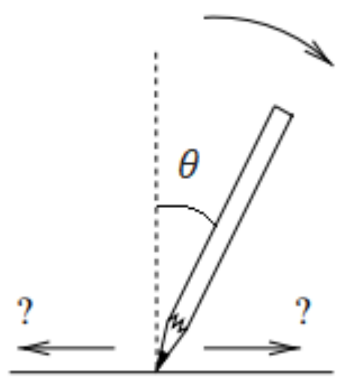
PERGUNTA A: Se o disco mais leve nunca derrapa e o disco mais pesado derrapa no início quando entra em contacto com o solo, determine a aceleração de translação do carrinho enquanto o disco mais pesado derrapa. (2,5 pontos)

PERGUNTA B: Calcule o trabalho total realizado pelo carrinho desde o momento em que é libertado até atingir uma velocidade constante. (2,5 pontos)

BY-NC-SA

PROBLEMA 3.2. QUEDA DE UM LÁPIS

Um lápis é colocado verticalmente sobre uma mesa com a ponta virada para baixo. Vamos estudar a relação entre a queda do lápis e a direção do movimento da ponta do lápis. O lápis é uma barra de comprimento L, com uma distribuição uniforme da massa M e um momento de inércia $\frac{1}{3}ML^2$. O lápis recebe um pequeno empurrão que o faz cair.



PERGUNTA A: Encontrar uma expressão para a força normal no lápis em função do ângulo θ, considerando que o lápis não escorrega. (2,5 pontos)

PERGUNTA B: Determine o coeficiente de atrito estático que permite que o lápis não escorregue para um ângulo θ_0. (2,5 pontos)

BY-NC-SA