



SOCIEDADE PORTUGUESA DE FÍSICA

Olimpíadas de Física 2018

Seleção para as provas internacionais

Prova Teórica

Nome: _____

Escola: _____

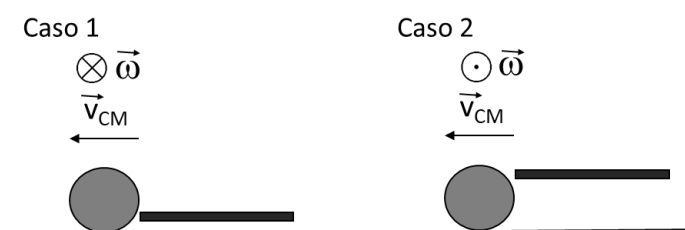
19.maiο.2018

Prova Teórica

Duração da prova: 4h

I Vários tópicos

1. Considere uma bola de bilhar (massa $m = 200$ g, raio $R = 5$ cm e momento de inércia relativo a um eixo que passa pelo centro de massa da bola $I = (2/5)mR^2$) sobre uma mesa de bilhar, na qual é aplicada uma tacada como ilustrado nas figuras: caso 1, tacada abaixo do centro de massa, “puxar” a bola, e caso 2, tacada acima do centro de massa, “avançar” a bola. Por ação dessa tacada a bola adquire uma velocidade de centro de massa de 50 cm/s e uma velocidade angular de 40 rad/s com direção perpendicular ao plano da folha e com o sentido representado (vista lateral do sistema).



- (a) Qual a condição que se deve verificar para a bola deixar de escorregar e passar apenas a rolar na mesa?
- (b) Construa os gráficos da velocidade do centro de massa e da velocidade angular da bola em função do tempo para os dois casos ilustrados.

Dados: coeficiente de atrito entre a bola e a superfície da mesa de bilhar: cinético, $\mu_c = 0,5$, estático, $\mu_e = 0,9$.

2. Um filme fino de índice de refração igual a 1,750 é depositado sobre uma lâmina de vidro com índice de refração igual a 1,50. A técnica de deposição do filme não é muito precisa, mas indica que a espessura do mesmo é entre 0,55 e 0,75 μm . Para determinar a espessura do mesmo com mais precisão ilumina-se o filme com luz visível de comprimento de onda variável fazendo-a incidir perpendicularmente à superfície do mesmo. Verifica-se que é anulado na reflexão o comprimento de onda de 583 nm.

- (a) Qual a espessura do filme?
- (b) Para determinar o coeficiente de expansão linear do filme, introduz-se a amostra anterior num forno até que o filme atinja a temperatura de 170°C. Repetindo-se a experiência anterior, que tinha sido realizada a 20°C, verifica-se que o comprimento de onda agora anulado é igual a 588 nm. Admitindo que o índice de refração do filme não varia significativamente com a temperatura, qual o coeficiente de expansão linear, α , do filme?

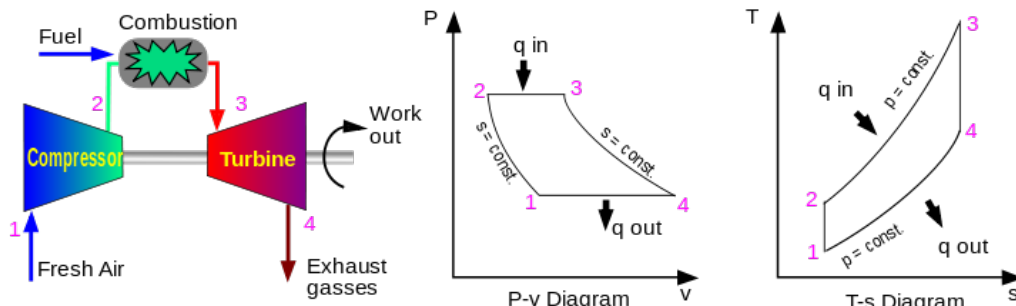
Nota: $\Delta L(T) = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$

3. Numa estação arqueológica localizada no fundo do mar (a uma profundidade de 20 m) um grupo de arqueólogos trabalha na recuperação dum navio afundado, com o apoio de um navio de superfície.

(a) Os achados arqueológicos são embalados em caixas estanques (com um volume de $0,2 \text{ m}^3$) e transportados para a superfície utilizando balões expansíveis cheios com ar. Quando cheio na estação arqueológica no fundo do mar cada balão tem um volume de $0,4 \text{ m}^3$. Indique o tempo de transporte até à superfície de uma carga com massa de 500 Kg. Considere que a temperatura do balão se mantém constante durante todo o tempo de subida e despreze a massa deste nos cálculos que efetuar. Considere que usar o valor da aceleração média é uma boa aproximação para este movimento, considerando-o assim uniformemente acelerado, e que a pressão atmosférica ao nível do mar é de 100 kPa ($1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$).

(b) Devido às correntes inconstantes junto da estação arqueológica é extremamente difícil prever o ponto onde os balões de transporte irão emergir. Contudo, entre a profundidade de 10 m e a superfície, as correntes desaparecem e o mar é extremamente calmo. Por esse motivo cada caixa de transporte encontra-se equipada com um dispositivo que emite um sinal luminoso de localização e que é ativado quando a caixa atinge a profundidade de 10 m. No barco à superfície um vigia observa um sinal luminoso no instante exato em que este é ativado. O vigia observa o sinal luminoso usando um monóculo equipado com um medidor de distâncias. O monóculo encontra-se 3 m acima da superfície do mar e indica um valor de 10 m para a distância ao ponto na superfície do mar de onde emerge o sinal luminoso. Qual a distância que o barco deve percorrer para recolher a carga? ($n_{H_2O} = 4/3$, $n_{Ar} = 1$)

4. Considere o ciclo termodinâmico de Brayton da figura (não está à escala), que descreve, de uma forma idealizada, o funcionamento de uma turbina a gás ou de um motor a jato. No ponto 1 é injetado ar, que depois é comprimido adiabaticamente até ao ponto 2 onde, junto com o combustível, se dá a combustão isobárica. Segue-se a expansão adiabática que faz movimentar a turbina. O ciclo termina com a exaustão isobárica dos gases de combustão. O ciclo é então composto por quatro processos, dois adiabáticos alternados com dois isobáricos. Considere apenas o ar (gás diatómico, considerado ideal), que as temperaturas mínima e máxima no ciclo são 300 K e 1300 K, respetivamente, e que a razão de compressão (P_2/P_1) é 15. Todos os processos podem ser considerados quase-estáticos. Se em cada ciclo entram no compressor 5 litros de ar à pressão de uma atmosfera, determine:



- (a) O número de moles de ar usadas em cada ciclo;
- (b) O volume do gás nos pontos 2, 3 e 4;
- (c) A temperatura nos pontos 2 e 4;
- (d) O trabalho realizado em cada um dos processos;
- (e) O calor trocado em cada processo;
- (f) O rendimento desta máquina térmica;
- (g) A variação de energia interna em cada um dos processos;
- (h) A variação de entropia em cada processo.
- (i) De que maneira poderia aumentar a eficiência deste ciclo.

Dados: $R = 8,3145 \text{ J}/(\text{K}\cdot\text{mol})$; $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$;

5. Muitas das estrelas que observamos são de facto estrelas binárias, ou seja, são duas estrelas orbitando em torno do seu centro de massa comum. Se a sua velocidade orbital for suficientemente elevada, o seu movimento pode ser caracterizado analisando o efeito de Doppler da luz que as duas estrelas emitem. Consideremos a situação mais simples para a qual a massa das duas estrelas é igual e o plano de rotação das estrelas está em linha com o observador na Terra.



Esta situação está representada esquematicamente na figura. Sabendo que a luz emitida pelo conjunto tem frequências mínima e máxima iguais a $4,567710 \times 10^{14} \text{ Hz}$ e $4,568910 \times 10^{14} \text{ Hz}$, respetivamente, e que a frequência característica de emissão do hidrogénio gasoso a uma temperatura elevada em laboratório é $4,568110 \times 10^{14} \text{ Hz}$, determine:

- (a) A velocidade orbital das estrelas, considerada constante, ou seja, a velocidade das estrelas em torno do centro de massa do conjunto formado pelas duas.
- (b) A velocidade do centro de massa do conjunto relativamente à Terra. Estão a aproximar-se ou a afastar-se do nosso planeta?
- (c) Sabendo que a luz emitida por cada estrela tem frequência máxima de 11 em 11 dias, determine o raio da órbita do movimento das estrelas em torno do seu centro de massa.

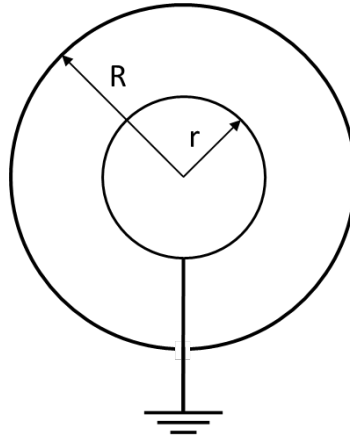
Nota: uma vez que as velocidades envolvidas são relativamente pequenas pode utilizar-se para o desvio de Doppler a relação: $\Delta f/f \approx u/c$.

6. Duas naves espaciais cujos propulsores se encontram avariados, deslocam-se a velocidade constante, em sentidos opostos, estando em rota de colisão. Num dado instante (instante inicial, t_0), Lisa, uma observadora estacionária na Terra, verifica que uma das naves (nave 1) desloca-se a uma velocidade $0,800 c$, e a outra (nave 2) a uma velocidade de $0,600 c$. Ainda segundo as observações de Lisa, ambas têm 50 m de comprimento e a distância entre as mesmas no instante inicial é $2,52 \text{ Tm}$.

- (a) Qual o comprimento de cada nave, segundo os seus ocupantes e os ocupantes da outra nave?
- (b) Cada uma das naves necessita de 50 minutos para evacuar a tripulação em segurança. Será suficiente para que a evacuação de cada uma delas se dê antes da colisão?

II Eletromagnetismo

1. Dentro de uma esfera de metal de paredes finas com raio $R = 20$ cm, há uma esfera de metal com o raio $r = 10$ cm, concêntrica com a primeira. A bola está ligada por um fio muito longo e fino à terra, através de uma pequena abertura na esfera (ver figura). Uma carga $Q = 10^{-8}$ C é colocada na esfera externa. Determine:



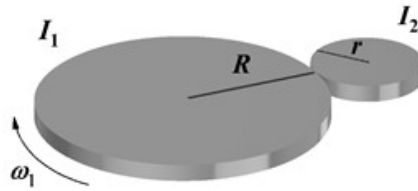
- (a) O potencial elétrico da esfera se não existisse a bola no seu interior;
 - (b) A carga elétrica na bola interior na situação descrita;
 - (c) O potencial da esfera exterior;
 - (d) A capacidade elétrica do sistema dos dois corpos condutores.
2. Numa barra retangular longa dum material semiconductor (InSb) com lados a , b e c ($a \gg b \gg c$) flui uma corrente I numa direção paralela a a . A barra encontra-se numa região onde existe um campo magnético externo \vec{B} , cuja direção é paralela ao lado c da barra. O campo magnético criado pela corrente I que percorre a barra pode ser desprezado. O transportador de carga neste semiconductor são os eletrões. A velocidade média dos eletrões no semiconductor devido à presença de um campo elétrico é $\vec{E} = \mu\vec{v}$, onde μ representa a mobilidade. Quando o campo magnético está presente, o campo elétrico e a corrente deixam de ser paralelos, fenómeno conhecido por efeito de Hall.
 - (a) Calcular a velocidade média dos eletrões e a componente do campo elétrico com a direção da corrente elétrica;
 - (b) Determinar a grandeza e a direção do campo elétrico dentro da barra para produzir a corrente acima descrita;

- (c) Calcular a diferença de potencial entre dois pontos das superfícies opostas da barra, segundo a direção paralela a b ;
- (d) Encontrar a expressão analítica para a componente DC (corrente contínua) da diferença de potencial elétrica na situação descrita na alínea anterior se a corrente e o campo magnético forem alternados: $I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ e $B(t) = B_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \delta)$.

Dados: mobilidade eletrônica $\mu = 7,8 \text{ m}^2\text{T/Vs}$, densidade de elétrons $2,5 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$, $I = 1,0 \text{ A}$, $B = 0,10 \text{ T}$, $b = 1 \text{ cm}$, $c = 1 \text{ mm}$, carga do elétron $e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

III Roda que roda

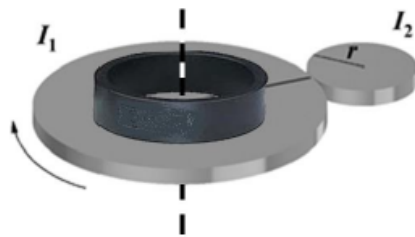
Um disco homogêneo de raio R , espessura d e momento de inércia I_1 roda com velocidade angular ω_1 em torno de um eixo vertical que passa pelo seu centro de massa. Um segundo disco (disco 2) com a mesma espessura, de raio r e momento de inércia I_2 em relação ao eixo vertical que passa no seu centro, está em repouso. Os eixos dos dois discos são paralelos e não existe atrito entre os discos e os seus eixos. Os discos aproximam-se suavemente até tocarem, como mostra a figura. Após um certo intervalo de tempo, os discos passam a rodar em harmonia, com velocidades angulares constantes.



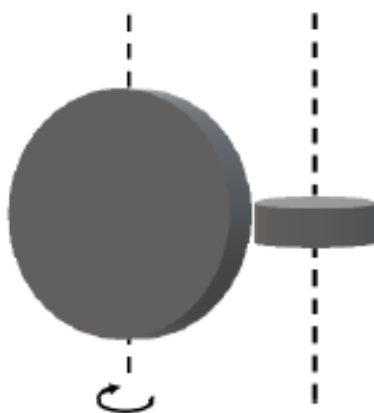
- (a) Desde que os discos são postos em contacto até que passam a rodar em harmonia, que forças atuam em cada um deles? Distinga quais são verticais e quais são horizontais.
- (b) Qual ou quais dessas forças realiza trabalho?
- (c) Quando passam a rodar em harmonia, sem deslizamento entre as superfícies em contacto, qual a relação entre as velocidades angulares do disco 1 e do disco 2?
- (d) Qual a velocidade final de rotação do disco 2?

Estando os discos a rodar em harmonia, deixa-se cair (muito suavemente) um terceiro objeto (um aro pesado, de momento de inércia I_3 em relação ao seu eixo vertical) sobre o disco 1, ficando os objetos 1 e 3 solidários, ver figura seguinte.

- (e) O que acontece ao sistema dos 3 corpos? Continuam ou voltam a rodar em harmonia? Com que velocidades angulares ω'_1 , ω'_2 , ω'_3 ?

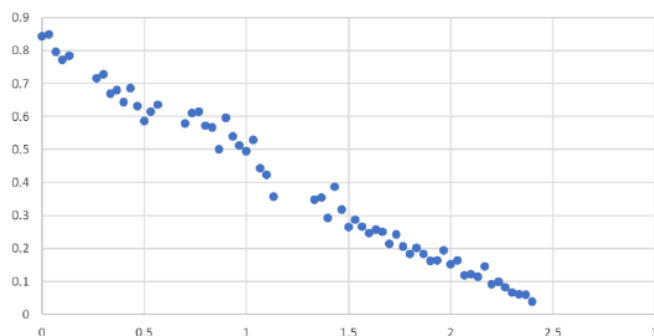


Retiram-se os corpos 2 e 3 e imprime-se a velocidade angular, ω_1 , ao disco 1, colocado desta vez numa posição vertical. Em seguida, aproxima-se muito suavemente o disco 2, até tocarem ligeiramente.



- (f) Atinge-se uma situação de rotação em harmonia? Se sim com que velocidade final do disco 2? Essa velocidade é superior ou inferior à da alínea d) ?

Um aluno, decidido a resolver este problema com uma abordagem experimental, começa por comprar numa loja de utilidades um primeiro disco que põe a rodar em torno de um eixo vertical que passa no centro do disco. Deixando o disco rodar livremente, o aluno consegue medir o valor da velocidade de um ponto da sua periferia e representa os seus resultados no seguinte gráfico:



em que no eixo dos yy se encontram os valores da velocidade em m/s e no eixo dos xx os valores do tempo em s.

- (g) Face aos resultados do aluno, pode-se desprezar o atrito no eixo de rotação do seu disco? Se não, qual a ordem de grandeza dessa força de atrito? (0.1 N, 1 N, 10 N, 100 N, ...)

Transformações de Lorentz

As variáveis x' , y' , z' , t' , E' , p'_x , p'_y e p'_z correspondem às grandezas medidas num referencial que se desloca com velocidade $\vec{v} = v\hat{i}$ em relação ao referencial inicial. De acordo com as transformações de coordenadas, em $t = 0$ as origens dos dois referenciais são coincidentes.

$$E' = \frac{E - vp_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad p'_x = \frac{p_x - \frac{vE}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad p'_y = p_y \quad p'_z = p_z$$
$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y' = y \quad z' = z$$

Expressões potencialmente úteis

$$\text{Se } b \ll a, (a + b)^2 \simeq a^2 + 2ab.$$

$$\text{Se } x \ll 1, (1 + x)^{-1} \simeq 1 - x.$$

$$\sin(a) \pm \sin(b) = 2 \sin\left(\frac{a \pm b}{2}\right) \cos\left(\frac{a \mp b}{2}\right)$$

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cos\left(\frac{a + b}{2}\right) \cos\left(\frac{a - b}{2}\right)$$

$$\cos(a) - \cos(b) = 2 \sin\left(\frac{a + b}{2}\right) \sin\left(\frac{a - b}{2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2/a^2}(1 + x/a)^2} = -\frac{a(2 + x/a)}{3(1 + x/a)^2} \sqrt{1 - x^2/a^2} + C$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} 1 = N$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} n = \frac{N(N-1)}{2}$$

Constantes Físicas

e	$1,602176487 \times 10^{-19} \text{ C}$
N_A	$6,02214179 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
k_B	$1,3806504 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
ϵ_0	$8,854187817 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
c	299792458 m/s
G	$6,67428 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$
h	$6,62606896 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
\hbar	$1,054571628 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
σ	$5,670400 \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\text{K}^{-4}$
Constante de Wien	$2,8977685 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}$
κ_{gelo}	$2,4 \text{ W K}^{-1}\text{m}^{-1}$
$L_{\text{gelo-água}}$	$3,3 \times 10^5 \text{ J/kg}$
a_0	$0,52917720859 \times 10^{-10} \text{ m}$
u	$1,660538782 \times 10^{-27} \text{ kg}$
u	$931,494028 \text{ MeV}/c^2$
m_e	$9,10938215 \times 10^{-31} \text{ kg}$
m_e	$510,998910 \text{ keV}/c^2$
m_e	$5,4857990943 \times 10^{-4} \text{ u}$
m_p	$938,272013 \text{ MeV}/c^2$
m_n	$939,565346 \text{ MeV}/c^2$
m_α	$3727,379109 \text{ MeV}/c^2$
M_{Lua}	$7,3477 \times 10^{22} \text{ kg}$
R_{Lua}	$1,737 \times 10^6 \text{ m}$
M_{Terra}	$5,97219 \times 10^{24} \text{ kg}$
M_\odot	$1,98855 \times 10^{30} \text{ kg}$
$M_\odot \frac{G}{c^2}$	$1,48 \text{ km}$
1 pc	$3,2616 \text{ anos-luz}$
1 pc	$3,086 \times 10^{16} \text{ m}$