

G0-1

Instruções Gerais: Prova Experimental (20 pontos)

A prova experimental tem a duração de 5 horas e é cotada para 20 pontos.

Antes da prova

- Não abra os envelopes que contêm os problemas antes do sinal sonoro que indica o começo da prova.
- Tanto o começo como o final da prova serão indicados por sinais sonoros. O tempo de prova será também anunciado no final de cada hora de prova, assim como 15 minutos antes do final (antes do último sinal sonoro).

Durante a prova

- Escreva as respostas nas folhas de resposta fornecidas (indicadas com a letra A). Introduza as observações realizadas nas tabelas apropriadas, caixas de resposta ou nos gráficos da folha de resposta correspondente. Para cada problema serão também fornecidas folhas brancas extra destinadas a cálculos mais detalhados (estas folhas estão marcadas com a letra W). Utilize sempre as folhas brancas que corresponderem ao problema em que está a trabalhar (verifique o número do problema no cabeçalho da folha branca). Se tiver escrito algo que não queira que seja cotado, faça uma cruz por cima. Use apenas um lado de cada folha.
- Seja o mais conciso possível nas respostas: sempre que possível use equações, operadores lógicos e diagramas para explicar o seu raciocínio. Evite frases longas.
- O cálculo detalhado dos erros não é requerido a não ser que seja explicitamente pedido. Contudo deve apresentar os dados com um número apropriado de algarismos significativos. Deve também decidir o número apropriado de medições a realizar em cada caso, a não ser que sejam dadas instruções detalhadas em relação a este número.
- Frequentemente será possível resolver alíneas do problema mais à frente sem ter resolvido todas as alíneas anteriores.
- Não é permitido sair do local de trabalho sem permissão. Se necessitar de assistência (encher a garrafa de água, avaria da calculadora, ir à casa de banho, etc.) chame a atenção de um guia levantando uma das três bandeiras que tem à disposição no cubículo ("Refill my water bottle, please", ou "I need to go to the toilet, please", ou "I need help, please" nos outros casos).

No final da prova

- Quando tocar o sinal sonoro indicador do final da prova pare imediatamente de escrever.
- Para cada problema junte as folhas na seguinte ordem: folha de capa (C), perguntas (Q), folhas de resposta (A) e folhas brancas (W).
- Coloque todas as folhas que correspondem a um mesmo problema no mesmo envelope. Coloque as instruções gerais (G) no envelope que sobrar. O código de aluno deverá ser visível através da janela cortada em cada envelope. Entregue também todas as folhas em que não escreveu. Não é permitido levar nenhuma folha de papel para fora da sala de prova.



- Coloque todo o equipamento de escrita (2 esferográficas, 1 caneta de feltro, 1 lápis, 1 tesoura, 1 régua, 2 tampões dos ouvidos) assim como a calculadora fornecida e a calculadora pessoal (se a tiver levado) de volta no saco de plástico.
- Espere na mesa até que os envelopes sejam recolhidos. Quando todos os envelopes forem recolhidos os guias conduzirão os alunos para fora da sala de prova. Leve o saco com o equipamento de escrita e entregue o saco à saída. Leve também a garrafa de água.



Tópicos

Problema E-I: Condutividade elétrica em duas dimensões 10 pontos

Problema E-II Bolinhas aos saltos - um modelo para transições de fase e ins- 10 pontos

tabilidades

Os problemas E-I e E-II partilham algum equipamento. Entre outros, são utilizados nas duas experiências o mesmo gerador de sinal e a mesma fonte de alimentação, embora com diferentes ajustes.

Atenção: ao desempacotar a caixa, não pegue no altifalante pelo cilindro de plástico acoplado à membrana.

Material usado em ambos os problemas

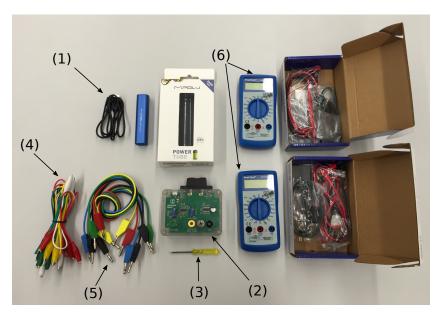
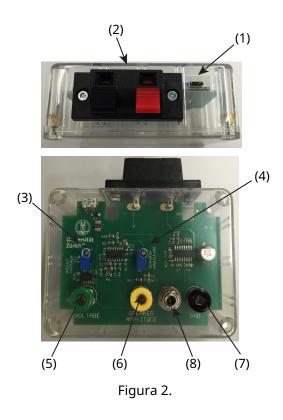


Figura 1: Material comum aos dois problemas.

- 1. Fonte de energia (bateria de lítio) com cabo USB
- 2. Gerador de sinal, ajustável, alimentado pela bateria de lítio
- 3. Pequena chave de parafusos
- 4. Dez cabos com pontas de crocodilo
- 5. Seis cabos com pontas de 4 mm
- 6. Dois multímetros digitais

Pode também utilizar, nos trabalhos experimentais, qualquer material fornecido (lápis, réqua, etc).

Gerador de sinal



- 1. Conector USB para alimentar o gerador
- 2. Terminais para ligar o altifalante (apenas para o Problema E-II)
- 3. Potenciómetro para ajustar a tensão constante (apenas para o Problema E-I)
- 4. Potenciómetro para ajustar a amplitude do altifalante (apenas para o Problema E-II)
- 5. Terminais de saída de tensão contínua (apenas para o Problema E-I)
- 6. Saída de sinal para monitorização da amplitude do altifalante (apenas para o Problema E-II)
- 7. Terminal para ligação a uma terra comum
- 8. Interruptor para ligar/desligar as saídas do altifalante e de monitorização do altifalante

Para alimentar o gerador de sinal, ligue a bateria de lítio ao terminal USB do gerador de sinal (1).

Note que são necessárias várias voltas do potenciómetro para percorrer toda a gama de valores. Os potenciómetros não têm limitadores do seu curso nos extremos da sua gama de valores.

Multímetros digitais

Os multímetros digitais podem ser utilizados para medir correntes ou tensões. Ligue sempre as duas pontas de prova aos terminais marcados " ${\rm VmA}\Omega$ " e "GND" e use o seletor para escolher corrente ou tensão e para definir a escala de medida.



Condutividade elétrica em duas dimensões (10 pontos)

Por favor leia as instruções gerais antes de iniciar a resolução deste problema (num envelope separado).

Introdução

O desenvolvimento de novos dispositivos assentes em materiais semicondutores (processadores, células solares, etc.) implica a busca de materiais com propriedades de transporte excepcionais, como por exemplo uma baixa resistividade elétrica. As medidas destas propriedades são feitas em amostras de tamanho finito, onde os contactos possuem uma resistência de contacto finito e uma geometria especial. Todos estes efeitos têm de ser tidos em conta de modo a medir as verdadeiras propriedades do material. Convém também não esquecer que um filme fino (uma película de espessura desprezável) do material pode ter um comportamento diferente do de um bloco maciço deste.

Nesta tarefa, irá investigar a medição de propriedades elétricas. Vamos usar duas definições diferentes:

- **Resistência** *R*: A resistência é uma característica elétrica da amostra ou do dispositivo. É a quantidade que é efetivamente medida numa dada amostra.
- **Resistividade** ρ : A resistividade é a propriedade do material que determina a resistência da amostra. Depende do material em si e de parâmetros externos como a temperatura, mas não depende da geometria da amostra.

Vai, em particular, medir a *resistividade superficial*. Esta é a resistividade dividida pela espessura de uma folha muito fina.

Vamos explorar a influência dos seguintes parâmetros na medição da resistividade elétrica de camadas finas do material:

- o circuito de medida,
- · a geometria de medida
- e as dimensões da amostra.

As amostras que usaremos serão uma folha de papel condutor e uma bolacha de silício com um revestimento metálico.

Equipamento

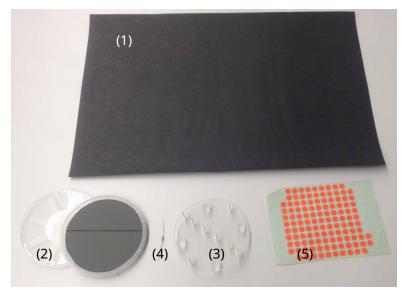


Figura 1: Equipamento adicional para este problema.

- 1. Papel revestido a grafite (papel condutor)
- 2. Uma bolacha de silício revestida com uma fina camada de crómio (guardada numa caixa própria)
- 3. Placa de plexiglas com 8 pinos acoplados a molas
- 4. Uma resistência óhmica
- 5. Autocolantes coloridos

Precauções importantes

 A bolacha de silício parte-se facilmente se cair ou se for dobrada. Não toque na superfície metálica brilhante.

Instruções

- Neste problema, o gerador de sinal será utilizado como uma fonte de tensão contínua. Neste modo de operação, o gerador de sinal fornece uma diferença de potencial constante entre a saída voltage (5) e a saída terra, GND (7). Os números referem-se à fotografia existente nas instruções gerais.
- A tensão de saída (na gama 0 a 5 V) pode ser ajustada com o potenciómetro da esquerda *adjust voltage* (3) com o auxílio da chave de parafusos.
- Durante esta experiência, certifique-se que a saída do altifalante do gerador de sinal está desligada. Use o interruptor do altifalante (8) e confirme que este está desligado medindo a diferença de potencial entre as saídas *speaker amplitude* (6) e *GND* (7). Deve obter uma tensão nula.

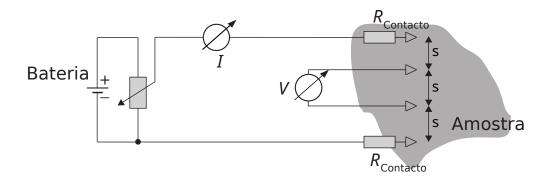


Parte A. Medidas usando o método dos quatro contactos (1,2 pontos)

De modo a medir com grande precisão a resistividade de uma amostra, os contactos usados para a medida da diferença de potencial devem ser diferentes dos contactos usados para a injeção da corrente.

Este método é conhecido por método dos quatro contactos (M4C). Os contactos são dispostos num arranjo simétrico tão simples quanto possível: a corrente I é injetada na amostra num dos contactos externos (a fonte) e recolhida no outro contacto externo (o sorvedouro), circulando por todos os caminhos possíveis na amostra. A queda de tensão V é medida ao longo de um destes caminhos, de comprimento s.

Tudo se simplifica se tivermos um arranjo simétrico, isto é, se a distância entre todos os contactos for a mesma (s), como se pode ver no diagrama sequinte:



A curva *I versus V* permite a determinação da resistência deste segmento da amostra. De aqui em diante usaremos apenas o método dos quatro contactos (M4C). Para começar, vamos recorrer ao arranjo *equidistante* de quatro dos oito contactos da placa de acrílico da fotografia.

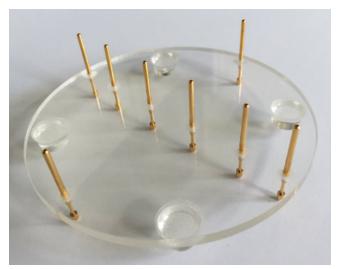


Figura 2: Placa de acrílico para as medidas usando o M4C, com quatro pés de borracha e oito pontas de prova (ou contactos).

Para a medida seguinte, use toda a folha de papel condutor.



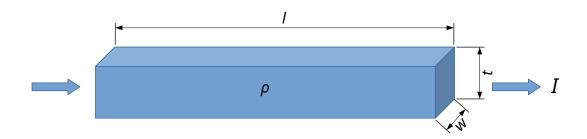
Sugestões importantes para todas as medidas que se seguem:

- O lado maior da folha de papel é o lado de referência. As quatro pontas (contactos) devem ficar alinhadas paralelamente a este lado.
- Tenha o cuidado de usar apenas o lado revestido do papel (o lado negro)! Para preservar a orientação do papel, pode usar os autocolantes coloridos.
- Confirme que não há cortes nem buracos no papel.
- Para estas medidas, coloque os contactos tão perto do centro da amostra quanto possível.
- Pressione os contactos com força suficiente para garantir que cada um deles faz um bom contacto com a amostra. Os pés de plástico devem tocar muito ligeiramente na superfície.
- **A.1** Medidas pelo método dos quatro contactos (M4C): meça a diferença de potencial V num segmento de comprimento s em função da corrente I que atravessa o segmento. Faça pelo menos 4 medidas, faça uma tabela e, **no Gráfico A.1**, faça um gráfico da queda de tensão V em função da corrente I.
- **A.2** Determine a resistência elétrica efetiva $R = \frac{V}{I}$ da folha de papel a partir da 0.2pt análise do **Gráfico A.1**.
- **A.3** Use o **Gráfico A.1** para determinar a incerteza ΔR da medida de R pelo método 0.4pt dos quatro contactos.



Parte B. Resistividade superficial (0,3 pontos)

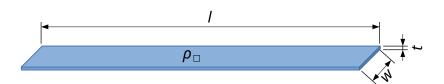
A resistividade ρ é uma propriedade do material, através da qual se pode calcular a resistência de um condutor 3D duma certa dimensão e geometria. Considere uma barra de comprimento l, largura w e espessura t:



A resistência elétrica R do condutor espesso da figura acima é dada por:

$$R = R_{3D} = \rho \cdot \frac{l}{w \cdot t} \tag{1}$$

Do mesmo modo, podemos definir a resistência de um condutor 2D de espessura $t \ll w$ e $t \ll l$:



$$R = R_{\rm 2D} = \rho_{\square} \cdot \frac{l}{w},\tag{2}$$

usando a resistividade superficial 'ró quadradinho', $\rho_{\square} \equiv \rho/t$. A unidade de medida desta grandeza é Ohm: $[\rho_{\square}] = 1~\Omega$.

Importante: A Eq. 2 é válida apenas se a densidade de corrente for homogénea e o potencial na secção transversal do condutor for constante. A relação não é válida para contactos quase-pontuais na superfície. Nesse caso pode-se mostrar que a resistividade superficial se relaciona com a resistência da seguinte forma

$$\rho_{\square} = \frac{\pi}{\ln(2)} \cdot R \tag{3}$$

se $l, w \gg t$.



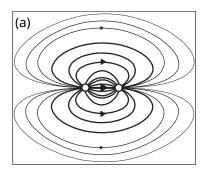
B.1 Calcule a resistividade superficial ρ_\square do papel a partir das medidas pelo M4C da parte A. Vamos designar este valor particular por ρ_∞ (do mesmo modo, a resistência determinada na parte A será designada por R_∞) visto que as dimensões da amostra (folha completa) são muito maiores que a distância s entre os contactos: $l, w \gg s$.

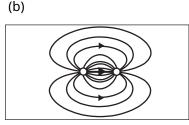
0.3pt



Parte C. Medidas para amostras de diferentes tamanhos (3,2 pontos)

Até agora, as dimensões finitas da amostra w e l não foram tidas em conta. Se a amostra for menor, transportará menos corrente para a mesma tensão: se se estabelecer uma diferença de potencial entre os dois pontos de contacto (círculos brancos), a corrente fluirá ao longo de todos os caminhos possíveis que não se intersectem, como se ilustra na figura. Quanto maior for a linha, menor será a corrente, como indica a espessura da linha. Para uma amostra pequena (b) e a mesma tensão, a corrente diminui porque há menos caminhos possíveis. A resistência medida vai portanto aumentar:





A resistividade (superficial) não variará com o tamanho da amostra. Portanto, para converter a resistência medida em resistividade, usando a Eq. 3, é necessário introduzir um fator de correção f(w/s):

$$\rho_{\square} = \frac{\pi}{\ln(2)} \cdot \frac{R(w/s)}{f(w/s)}.\tag{4}$$

Para uma amostra de comprimento $l\gg s$, o fator f depende apenas da razão w/s e é superior a 1: $f(w/s)\geq 1$. Para simplificar, vamos focar-nos na dependência na largura w, garantindo apenas que a amostra é suficientemente comprida para as nossas medidas. Vamos assumir que o valor se aproxima do valor correto ρ_{\square} quando as dimensões são grandes:

$$R(w/s) = R_{\infty} \cdot f(w/s)$$
 with $f(w/s \to \infty) \to 1.0$. (5)

C.1 Usando o M4C, meça a resistência R(w,s) para 4 valores de w/s na gama 0.3 a 5.0 e registe os seus resultados na **Tabela C.1**. Assegure-se que o comprimento da amostra é superior a cinco vezes a separação das pontas de prova (contactos): l>5s e que o comprimento l da amostra é sempre tomado ao longo do mesmo lado (o lado longo) da folha de papel.

Para cada valor de w/s, meça a diferença de potencial para 4 valores diferentes da corrente e calcule a resistência média R(w/s) a partir das 4 medidas. Escreva os seus resultados na **Tabela C.1**.

C.2 Calcule $\hat{R} = f(w/s)$ para cada uma destas medidas.

0.2pt

Parte D. Fator de correção geométrica: lei de escala (1,9 pontos)

Vimos na parte C que a resistividade medida depende da razão entre a largura da amostra e a separação das pontas de prova, w/s. Partindo dos dados recolhidos na parte C vamos escolher a seguinte função





genérica para descrever as medidas:

Função de ajuste genérica:
$$f(w/s) = 1.0 + a \cdot \left(\frac{w}{s}\right)^b$$
 (6)

Note que, para w/s muito grande, f(w/s) deve ser 1,0.

- **D.1** De modo a ajustar uma curva usando a Eq. 6 e os dados f(w/s), medidos na parte C, escolha o papel milimétrico mais apropriado (linear **Gráfico D.1a**, semilogarítmico **Gráfico D.1b**, ou logarítmico **Gráfico D.1c**) para representar os dados.
- **D.2** Deduza os parâmetros a e b a partir do seu ajuste. 0.9pt



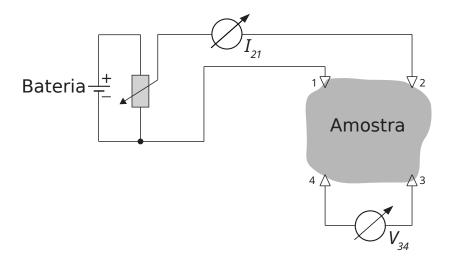
Parte E. A bolacha de silício e o método de van der Pauw (3,4 pontos)

Na indústria de semicondutores, o conhecimento da resistividade (superficial) elétrica de semicondutores e de finas camadas metálicas é muito importante, pois determina as propriedades dos dispositivos. Vai agora trabalhar com a bolacha de silício. Esta está revestida por uma camada muito fina de crómio metálico (do lado brilhante).

Abra a caixa que contém a bolacha (rodando no sentido da seta RELEASE) e retire a bolacha. Tenha o cuidado de não a deixar cair. Não toque nem risque a superfície brilhante. Para efetuar as medidas, coloque a bolacha sobre a mesa com o lado brilhante virado para cima.

- **E.1** Use o método M4C como fez antes para medir a tensão V em função da corrente I. Anote o número de referência da sua bolacha na Folha de Respostas. Encontra este número no suporte de plástico da bolacha.
- **E.2** Represente os seus dados no **Gráfico E.2** e determine a resistência $R_{\rm M4C}$ ($R_{\rm 4PP}$ 0.4pt em inglês).
- F.3 Para determinar a correção para uma amostra circular (como a bolacha), vamos aproximar a largura efetiva w da amostra pelo diâmetro $D=100\,\mathrm{mm}$ da bolacha. Calcule a razão w/s que resulta desta aproximação. Use a função de ajuste da Eq. 6 e os seus parâmetros a and b to determine the correction factor f(w/s) for the wafer measurement.
- **E.4** Calcule a resistividade superficial ρ_{\square} da camada de crómio usando a Eq. 4. 0.1pt

Para poder medir com precisão a resistividade superficial sem necessidade de correções geométricas, o engenheiro da Philips L.J. van der Pauw desenvolveu um esquema simples de medida: as quatro pontas de prova são montadas no perímetro de uma amostra de forma arbitrária, como mostra a figura (as pontas estão numeradas de 1 a 4). A corrente flui através de duas pontas adjacentes, as pontas 1 e 2, por exemplo, e a diferença de potencial é medida entre as 3 e 4 (neste caso). Daqui resulta a resistência $R_{I,V}=R_{21,34}$.





Q1-10

Por simetria, $R_{21,34}=R_{34,21}$ e $R_{14,23}=R_{23,14}$. Van der Pauw mostrou que para uma forma arbitrária mas simplesmente conexa (sem buracos) da amostra e para contactos pontuais,

$$e^{-\pi R_{21,34}/\rho_{\square}} + e^{-\pi R_{14,23}/\rho_{\square}} \equiv 1.$$
 (7)



Figura 3: o dispositivo para o M4C sobre a bolacha de silício. Repare que há um corte no lado direito da bolacha. Este corte designa-se por 'flat'.

Escolha quatro contactos da placa de acrílico que se disponham nos vértices de um quadrado. Ligue dois destes contactos que sejam adjacentes à fonte e ao amperímetro e ligue os outros dois ao voltímetro. Rode o quadrado até que um dos seus lados fique paralelo ao 'flat' da bolacha.

- **E.5** Faça um esquema que indique a orientação dos contactos onde é injetada a 0.6pt corrente e a orientação do 'flat'. Meça a tensão V para um mínimo de 6 valores diferentes da corrente I, mais ou menos igualmente espaçados. Apresente os resultados na **Tabela E.5**.
 - **E.6** Repita o procedimento dispondo os contactos onde é injetada a corrente perpendicularmente ao que fez no passo anterior. Apresente os resultados na **Tabela E.6**.
 - **E.7** Represente os dois conjuntos de dados no mesmo gráfico (**Gráfico E.7**) usando 0.5pt cores e/ou símbolos distintos. Determine o valor médio $\langle R \rangle$ a partir das duas curvas.
 - **E.8** Substituindo todas as resistências $R_{kl,mn}$ por $\langle R \rangle$, resolva a Eq. 7 para ρ_\square e 0.4pt calcule a resistividade superficial $\rho_\square(\text{vdP})$ da camada de crómio.
 - **E.9** Compare os resultados da medida feita com o arranjo linear de contactos (**E.4**) 0.1pt com os resultados do método de van der Pauw (**E.8**). Determine a diferença entre as duas medidas e expresse-a como um erro relativo percentual.



Q1-11

E.10 As camadas de crómio (Cr) têm uma espessura nominal de 8 nm. Use este valor e os resultados finais do método de van der Pauw para calcular a resistividade do Cr a partir das Eqs. 1 e 2.



Problema 1: Condutividade elétrica em duas dimensões (10 pontos)

Escreva os números 0 a 9 na tabela seguinte:

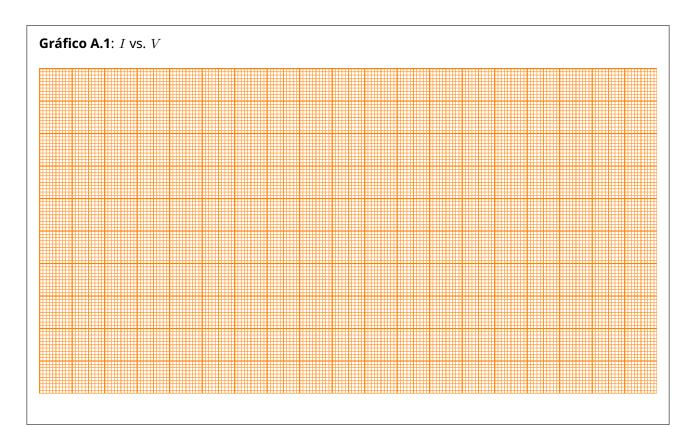
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Parte A. Medidas do método dos quatro contactos (M4C) (1,2 pontos)

A.1 (0.6 pt) s =			
I	V	I	V

Faça um gráfico dos dados no Gráfico A.1.





```
A.2 (0.2 \text{ pt}) R =
```

A.3
$$(0.4 \text{ pt})$$

 $\Delta R =$

Parte B. Resistividade superficial (0,3 pontos)

```
B.1 (0.3 \text{ pt}) \rho_{\square} \equiv \rho_{\infty} =
```



Parte C. Medidas para amostras de diferentes dimensões (3,2 pontos)

C.1	(3	pt)
s =		
$ ho_{\infty}$	=	

As colunas vazias podem ser usadas para resultados intermédios.

w/s			\hat{R}

 $\mathbf{C.2} \ (0.2 \ \mathrm{pt})$

Use a Tabela **C.1** para os seus resultados.



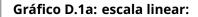
Parte D. Fator de correção geométrica (1,9 pontos)

D.1 (1.0 pt)

Faça um gráfico dos dados usando o papel milimétrico adequado: linear (**Gráfico D.1a**), semilogarítmico (**D.1b**) ou logarítmico (**D.1c**) nas páginas seguintes.

D.2 (0.9 pt)		
a =		
b =		
0 —		





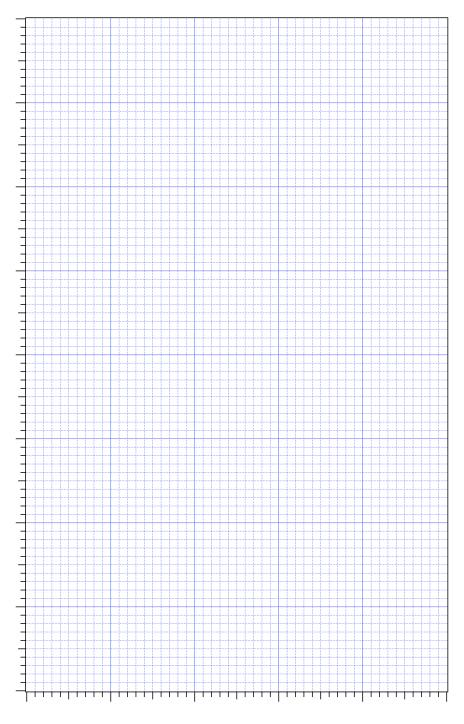
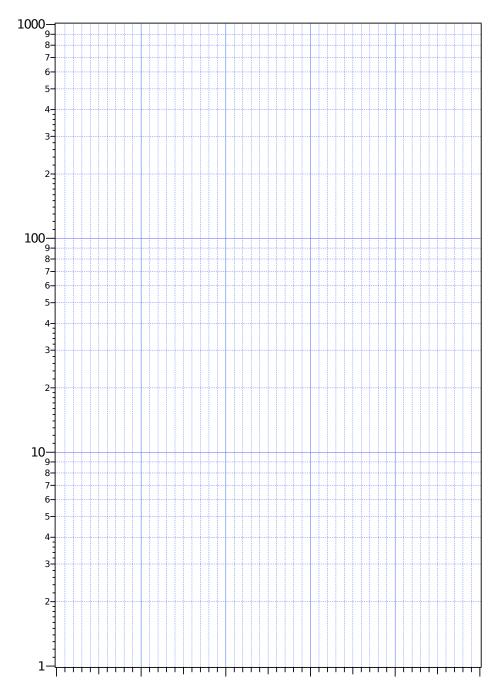
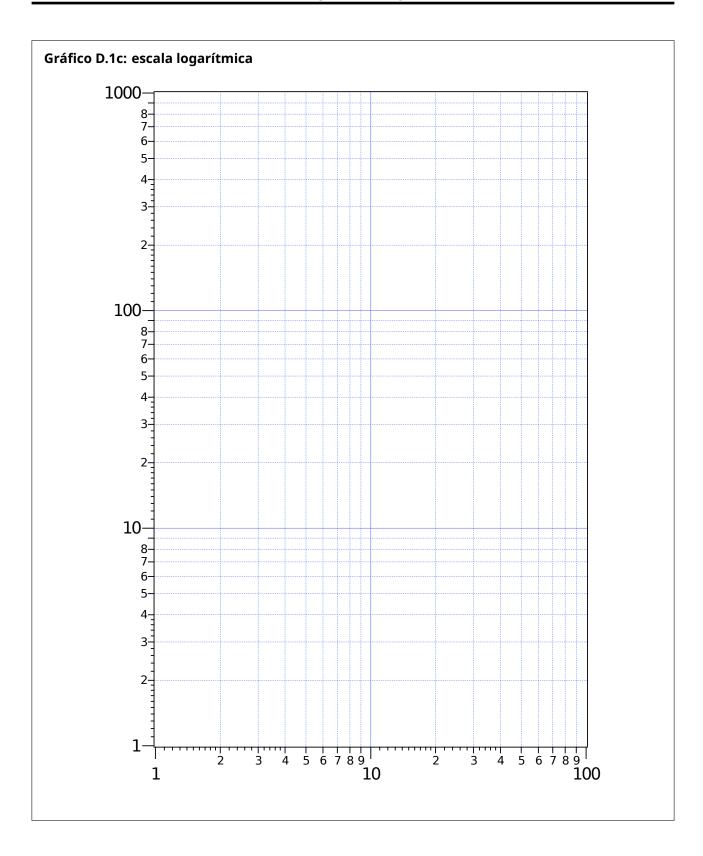


Gráfico D.1b: escala semi-logarítmica:







Parte E. A bolacha de silício e o método de van der Pauw (3,4 pontos)

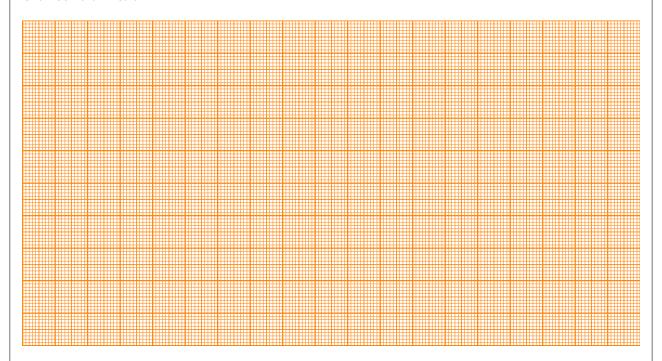
Anote o número da sua bolacha aqui:

E.1 (0.4 pt)

I	V	I	V

E.2 (0.4 pt)

Gráfico E.2: I vs. V



 $R_{\mathrm{M4C}} =$



E.3 (0.2 pt)

w =

$$\rightarrow w/s =$$

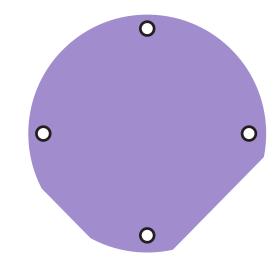
f(w/s) =

E.4 (0.1 pt)

$$\rho_{\square}({\rm M4C}) =$$

E.5 (0.6 pt)

Esquema (orientação da corrente):



I	V



A1-10

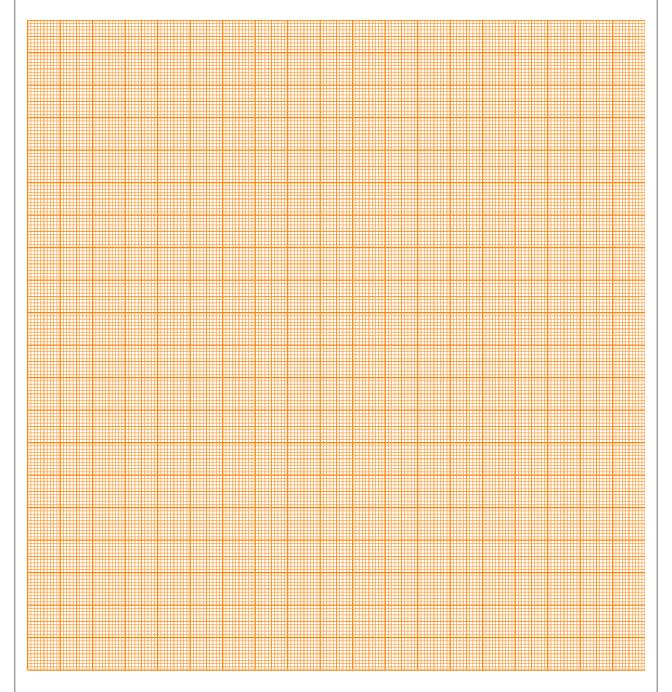
E.6 (0.6 pt)		
Esquema (orientação da corrente):	I	V



A1-11

E.7 (0.5 pt)

Gráfico E.7: I vs. V





E.8 (0.4 pt) Cálculo:			
$\rho_{\square}(\mathrm{vdP}) =$			

E.9 (0.1 pt)
$$\frac{\Delta \rho_{\square}}{\rho_{\square}(\text{vdP})} =$$
 = %

```
E.10 (0.1~\mathrm{pt}) Resistividade do filme fino de Cr \rho=
```



Q2-1

Bolinhas aos saltos - Um modelo para transições de fase e instabilidades

Por favor, antes de começar este problema, leia as instruções gerais que se encontram noutro envelope.

Introdução

As transições de fase são processos bem conhecidos na vida diária; ex: a água pode-se encontrar em diferentes estados: líquido, sólido e gasoso. Para passar de um estado ao outro, ocorre uma transição de fase, onde o comportamento coletivo das moléculas do material muda drasticamente. Tipicamente, uma transição de fase está associada a uma temperatura de transição; ex: a temperatura de fusão e de ebulição da água, no exemplo acima.

As transições de fase podem também ocorrer nos mais variados sistemas, como em magnetes ou supercondutores, onde à temperatura de transição o sistema passa de paramagnético para ferromagnético ou de um condutor normal para supercondutor, respetivamente.

Para descrever uma transição de fase utiliza-se o conceito de *parâmetro de ordem*. Por exemplo, num magnete o parâmetro de ordem está associado com o alinhamento dos momentos magnéticos dos átomos que conduz a uma magnetização macroscópica do sistema.

Quando temos uma transição de fase contínua, o parâmetro de ordem é nulo acima da temperatura crítica, e cresce monotonamente abaixo da mesma, como é mostrado esquematicamente para um magnete na figura 1 abaixo. A temperatura de transição de uma transição de fase contínua chama-se temperatura crítica. Na figura representa-se a magnetização macroscópica (o parâmetro de ordem neste caso) em função da temperatura num magnete. A baixas temperaturas os momentos magnéticos estão alinhados e há uma magnetização macroscópica na amostra, enquanto que a temperaturas maiores que a temperatura crítica, os magnetes estão orientados aleatoriamente, e a magnetização macroscópica é nula.

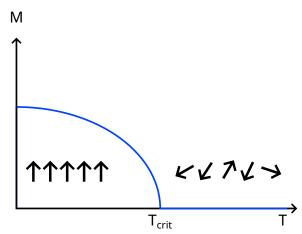


Figura 1: Representação esquemática da dependência do parâmetro de ordem M em função da temperatura para uma transição de fase. Abaixo da temperatura crítica, $T_{\rm crit}$, o parâmetro de ordem aumenta, enquanto que é nulo a temperaturas acima de $T_{\rm crit}$.

Em geral, numa transição de fase contínua verifica-se que o parâmetro de ordem perto da transição segue uma lei de potências; ex: no caso de um magnete a magnetização M abaixo da temperatura





crítica $T_{\rm crit}$ é dada por:

$$M \begin{cases} \sim (T_{\rm crit} - T)^b, & M < T_{\rm crit} \\ = 0, & M > T_{\rm crit} \end{cases}$$
 (1)

onde T é a temperatura. O que é mais surpreendente é que este comportamento diz-se universal: o expoente desta lei de potências é o mesmo para tipos diferentes de transições de fase.

Tarefa

Iremos estudar um exemplo simples onde algumas características das transições de fase contínuas podem ser estudadas; ex: como as instabilidades no sistema podem determinar o comportamento coletivo das partículas e a transição de fase, ou como as alterações macroscópicas do sistema dependem da excitação das partículas.

Nas transições de fase, o nível de excitação das partículas é normalmente controlado pela temperatura. Contudo, no nosso exemplo, a excitação das partículas consiste na energia cinética das mesmas que é fornecida ao sistema por um altifalante. A alteração macroscópica correspondente à transição de fase que iremos estudar nesta experiência consiste na acumulação das bolinhas numa das metades do cilindro (que estão separadas por uma pequena parede).

As partículas deixam de acumular num dos lados quando se aumenta a amplitude do movimento vertical. Para altas amplitudes as partículas distribuem-se igualmente entre as duas metades do cilindro. Isto corresponde a aquecer o sistema a temperaturas acima da temperatura crítica.

O objetivo desta experiência é determinar o expoente crítico para este modelo de transições de fases.

Lista de material

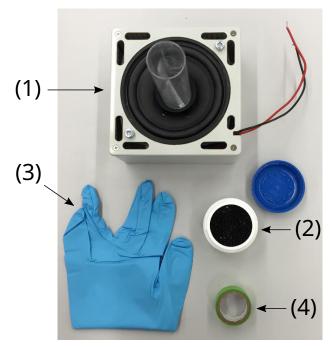


Figura 2: Equipamento adicional para esta experiência.

- 1. Montagem com o cilindro de plástico colocado em cima do altifalante
- 2. Aproximadamente 100 sementes de papoila (num recipiente de plástico)
- 3. Uma luva
- 4. Fita adesiva

Cuidados Importantes

- Não exerça uma força lateral excessiva no cilindro quando este está montado no altifalante. Note que o material não será substituído no caso de se romper a membrana do altifalante ou de se partir o cilindro de plástico.
- Desligar o altifalante sempre que não esteja em uso de modo a poupar a bateria.
- A diferença de potencial fornecida pelo gerador de sinal aos terminais do altifalante é um sinal dente de serra com frequência 4 Hz.
- A amplitude deste sinal pode ser ajustada com o potenciómetro speaker amplitude, indicado com o número (4) na figura 2 das instruções gerais. A diferença de potencial contínua medida entre o terminal de saída speaker amplitude indicado com o número (6) e o terminal terra, indicado com o número (7), é proporcional à amplitude do sinal fornecido ao altifalante.
- O altifalante é delicado. Assegure-se que não aplica nenhuma pressão excessiva desnecessária lateralmente ou verticalmente.



Q2-4

Parte A. Amplitude crítica de excitação (3,3 pontos)

Antes de iniciar a experiência, ligue o altifalante aos terminais do gerador de sinal (assegure-se que está a utilizar a polaridade correta). Coloque algumas (ex: 50) sementes de papoila no cilindro que está colocado em cima do altifalante. Utilize fita adesiva e uma secção da luva (corte um pedaço) para fechar o cilindro, de modo a que as sementes fiquem fechadas lá dentro. Ligue o interruptor do altifalante ((8), figura 2 das instruções gerais) e ajuste a amplitude no potenciómetro *speaker amplitude* (4) usando a chave de parafusos fornecida. Teste diferentes amplitudes e observe como as sementes se acumulam nas duas metades do cilindro.

A primeira tarefa consistem em determinar o valor da amplitude crítica de excitação para que a transição se observe. Com este objetivo, determine o número N_1 e N_2 de sementes nos dois compartimentos (em cada medida N_1 é o número de sementes no compartimento com menos sementes, e N_2 é o número de sementes no compartimento com mais sementes) em função da amplitude A_D , que é a diferença de potencial medida entre a saída speaker amplitude (6) e a terra (7). Esta diferença de potencial é proporcional à amplitude do sinal transmitido ao altifalante. Faça pelo menos 5 medidas por cada diferença de potencial aplicada.

Nota:

- Para que as sementes se movam, use valores de speaker amplitude maiores que 0,7 V. Observe o comportamento do sistema variando lentamente a voltagem aplicada. Pode ser que algumas sementes fiquem sempre coladas ao fundo do recipiente devido a estarem carregadas eletrostaticamente. Se for esse o caso, não inclua estas sementes nas suas contagens.
- **A.1** Registe na **Tabela A.1** as medidas dos números de partículas N_1 e N_2 nas duas 1.2pt metades do cilindro para várias amplitudes A_D .
- **A.2** Calcule o desvio padrão das suas medidas N_1 e N_2 e apresente esses resultados 1.1pt na **Tabela A.1**. Represente no **Gráfico A.2**, N_1 e N_2 em função da amplitude A_D . Inclua as incertezas nos pontos marcados no gráfico.
- **A.3** Com base no gráfico, determine a amplitude crítica $A_{D,{\rm crit}}$, acima da qual os valores de N_1 e N_2 (obtidos após esperar suficiente tempo para serem aproximadamente independentes do tempo) são aproximadamente iguais.

Parte B. Calibração (3,2 pontos)

A amplitude A_D medida corresponde à diferença de potencial aplicada no altifalante. Contudo a quantidade física de interesse é A, a distância entre o mínimo e o máximo do movimento vertical da oscilação da membrana do altifalante, pois esta distância está relacionada com a excitação transmitida às sementes. Assim, será necessário estabelecer a relação entre A_D e A. Com este objetivo pode utilizar qualquer material que foi fornecido.

- **B.1** Faça um diagrama da montagem que utilizou para medir a amplitude da excitação, i.e a distância máxima *A*, referida acima, medida em milímetros.
- **B.2** Determine o valor A medido em milímetros para um número apropriado de pontos, i.e. registe na **Tabela B.2** a amplitude A em função da amplitude A_D . Indique o erro nas suas medidas.



- **B.3** Represente os seus dados no **Gráfico B.3**, incluindo as incertezas das medidas. 1.0pt
- **B.4** Determine os parâmetros da curva que aproxima de forma apropriada a função 0.8pt de calibração $A(A_D)$.
- **B.5** Determine o valor da amplitude crítica da excitação $A_{\rm crit}$ das sementes de papoila. 0.1pt

Parte C. Expoente crítico (3,5 pontos)

Neste sistema, a temperatura corresponde à energia cinética fornecida. Esta energia é proporcional ao quadrado da velocidade da membrana do altifalante, i.e. $v^2 = A^2 f^2$, onde f é a frequência da oscilação. Iremos agora obter o expoente b da lei de potências que governa o comportamento do parâmetro de ordem (ver Eq. 1).

- **C.1** Neste sistema, o quociente $\left|\frac{N_1-N_2}{N_1+N_2}\right|$ é um bom candidato para parâmetro de ordem, pois é próximo de zero acima da temperatura crítica e é igual a 1 para valores baixos da excitação. Registe na **Tabela C.1** o valor do parâmetro de ordem em função da amplitude A.
- **C.2** Represente o quociente $\left| \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2} \right|$ em função de $|A^2_{crit} A^2|$ no **Gráfico C.2a** onde os eixos estão na escala logarítmica (se quiser usar uma escala linear use o gráfico C2b). Pode usar a **Tabela C.1** para o seus cálculos. Os pontos no gráfico poderão aparentar não seguir uma linha reta, mas deverá, ainda assim, associar a melhor reta a estes dados de modo a conseguir estimar o expoente crítico pedido na alínea abaixo.
- **C.3** Determine o expoente b e estime o erro. 1.4pt



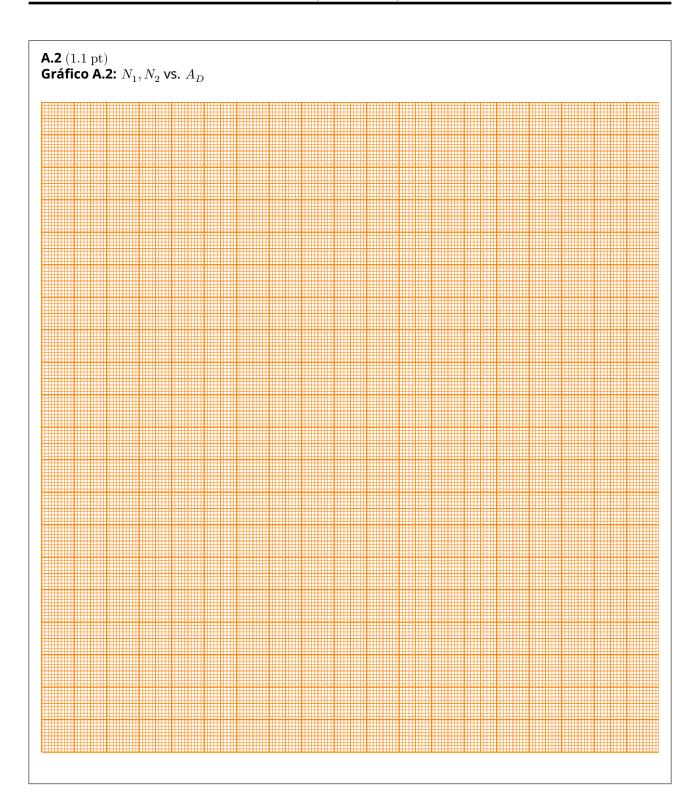
A2-1

Bolinhas aos Saltos (10 pontos)

Parte A. Amplitude crítica de excitação (3,3 pontos)

I_D	N_1	N_2		









A.3 (1.0 pt)			
$A_{D, \; {\rm crit.}} =$			

Parte B. Calibração (3,2 pontos)

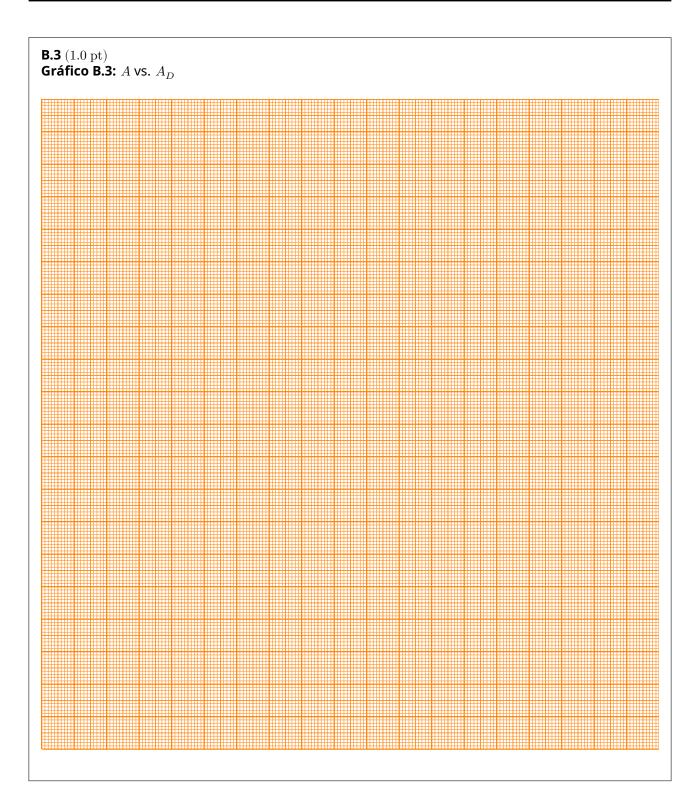
${f B.1}\ (0.5\ { m pt})$ Diagrama da montagem utilizada:



A2-4

B.2 (0.8 pt)							







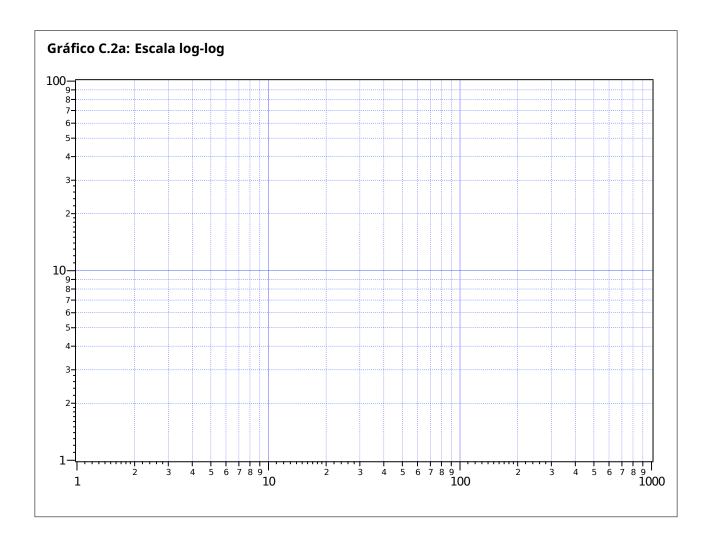
$\begin{array}{c} \textbf{B.4} \ (0.8 \ \mathrm{pt}) \\ \text{Função} \ A(A_D) \text{:} \end{array}$			
Parâmetros da cui	va:		
B.5 (0.1 pt)			
$A_{ m crit.} =$			



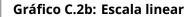
Parte C. Expoente crítico (3,5 pontos)

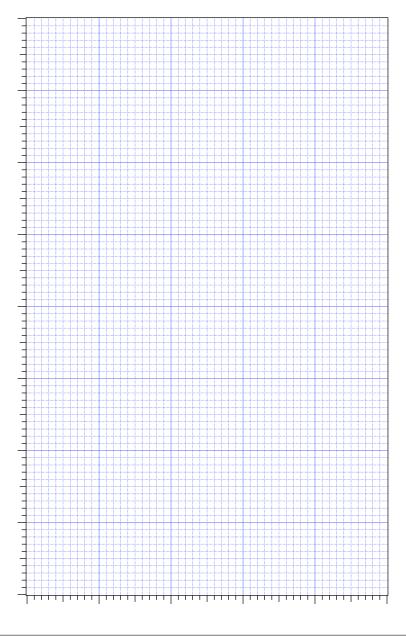
C.1 (1.1 pt)

C.2 $(1.0 \; \mathrm{pt})$ Gráfico C.2: $\frac{N_1-N_2}{N_1+N_2}$ vs. $\left|A^2-A_c^2\right|$











A2-10

C.3 (1.4 pt) $b =$			
$\Delta b =$			