



# OLIMPIADA IBEROAMERICANA DE FÍSICA

COCHABAMBA – BOLIVIA 2015



## Prova Teórica

- A duração desta prova é 5 horas.
- Cada problema deve ser respondido em folhas diferentes, não misture problemas diferentes na mesma folha. Pode pedir mais folhas, caso necessite.
- Pode utilizar todas as folhas de rascunho que entender. No final, não entregue estas folhas.
- A correção dos problemas será anónima, por isso as folhas de resposta não devem conter qualquer dado que o identifique. Quando entregar a prova, em cada folha desta será colocado um **código** que a identificará.
- Anexe o talão abaixo, devidamente preenchido com os seus dados, às folhas de resposta.

**Boa Sorte!**

---

**Nome e Apelido:**

**País:**

**Número de folhas de resposta  
entregues:**

**CÓDIGO**

**(Uso interno do comité organizador)**

---

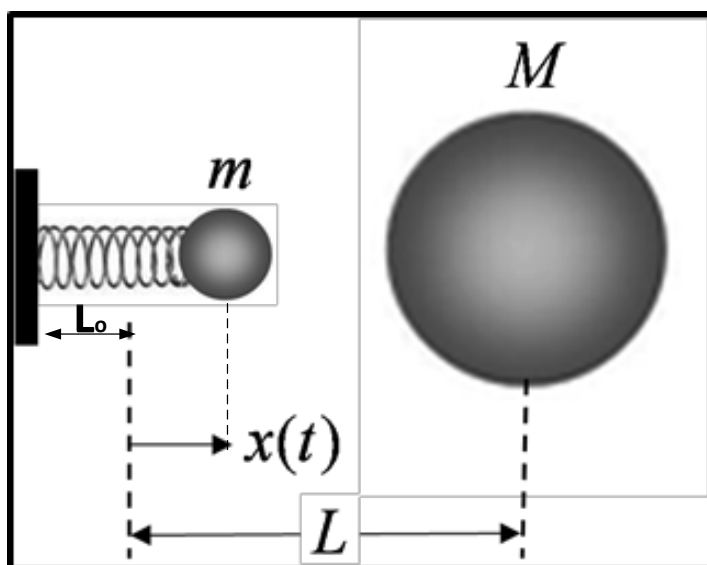
**Assinatura**

XX OLIMPIÁDA IBEROAMERICANA DE FÍSICA

PROBLEMA 1 (9 pontos)

**Determinação da constante de gravitação universal  $G$**

Considere uma massa  $m$  ligada a uma mola de constante elástica  $k$  e comprimento natural (comprimento quando não deformada)  $L_0$  que oscila harmonicamente na presença do campo gravítico criado por uma esfera fixa de massa  $M$  (ver figura). O comprimento da mola é dado por  $x(t)$ . A distância entre as massas  $M$  e  $m$  quando a mola não está distendida é  $L$ . Considere o regime das pequenas oscilações em que  $L \gg x(t)$ .



Na ausência da esfera de massa  $M$ :

- Escreva a equação de movimento da massa  $m$  e indique qual é a sua frequência natural de oscilação  $\omega_0$  e a sua posição de equilíbrio  $x_0$ . (1 ponto)

Na presença da esfera de massa  $M$ :

- Escreva a equação do movimento para a massa  $m$ . (3 pontos)
- Obtenha as expressões para a nova frequência angular  $\omega$  e a nova posição de equilíbrio  $x'_0$ . (3 pontos)
- Supondo que se medem experimentalmente  $\omega$  e  $x'_0$  determine uma expressão para a constante de gravitação  $G$  em função destas quantidades e de  $L$  e  $M$ . (2 pontos)

Utilize a aproximação  $(L - x)^{-2} \approx L^{-2} + 2xL^{-3}$ , válida para  $x \ll L$ .

# XX Olimpíada Iberoamericana de Física

## A descoberta do pião: Laboratório de Chacaltaya 1947 Problema 2 (12 pontos)

### Introdução

A física de partículas iniciou-se na primeira metade do século XX, quando se realizaram as primeiras experiências com raios cósmicos<sup>1)</sup> ao nível do mar e a grandes altitudes, como é o caso das realizadas em Chacaltaya ( $\sim 5200$  metros acima do nível do mar — ver fotografia). Em 1947, naquele que é hoje o Laboratório de Física de Raios Cósmicos de Chacaltaya, foi descoberto o pião ( $\pi$ ) por C. Powell, G. Occhialini e C. Lattes.



Figura 1: Laboratório de Chacaltaya, La Paz, Bolívia.

---

<sup>1)</sup> O raios cósmicos são núcleos e outras partículas subatômicas oriundos do espaço exterior que bombardeiam a Terra constantemente.

## Problemas

- a) (5 pontos) Os píões carregados  $\pi^\pm$  são gerados na alta atmosfera em colisões de raios cósmicos primários com os núcleos dos gases atmosféricos. Estes píões possuem uma vida média de aproximadamente 25 ns, decaindo depois em  $\mu^\pm$  (muões carregados) e  $\nu_\mu$  (neutrinos). Dado que têm um tempo de vida curto, os píões deveriam percorrer uma distância relativamente curta na atmosfera, não podendo ser observados em laboratórios como o de Chacaltaya. Mas a verdade é que os píões  $\pi^\pm$  atingem a superfície da Terra e são detetados nos laboratórios aí localizados. Esta deteção comprova a dilatação do tempo prevista pela teoria da relatividade especial.

A energia dos  $\pi^\pm$  é dada pela equação:

$$E_{\pi^\pm} = \gamma m_{\pi^\pm} c^2,$$

onde  $\gamma = (1 - (v_{\pi^\pm}/c)^2)^{-1/2}$ , e  $c = 3 \times 10^8$  m/s é a velocidade da luz no vácuo. Calcule:

1. a velocidade  $v_{\pi^\pm}$  dos píões, considerando que a sua massa é  $m_{\pi^\pm} \approx 140$  MeV/ $c^2$ , onde  $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19}$  J;
  2. a distância máxima, relativamente ao laboratório, a que foram gerados estes píões na atmosfera, assumindo que não perderam energia na sua trajetória e que a energia média dos píões que se observam no laboratório é de 40 GeV.
- b) (1,5 pontos) Para detetar os píões  $\pi^\pm$ , utilizaram-se emulsões fotográficas nas quais as trajetórias das partículas ficaram gravadas (ver Fig. 2).

O mecanismo principal de dissipação de energia das partículas carregadas, ao atravessar a emulsão, é a ionização e excitação dos átomos do meio. A perda média de energia por unidade de densidade e de comprimento de matéria atravessada,  $\Lambda$ , pode exprimir-se em MeVg<sup>-1</sup>cm<sup>2</sup>. A distância  $R$  que as partículas podem percorrer em materiais relativamente densos é dada por:

$$R = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta E}{\Lambda},$$

onde  $\Delta E = E_0 - E$ , e  $E_0$  é a energia inicial da partícula e  $\rho$  é a densidade do material. Como se pode deduzir da Fig. 2, os muões percorrem quase todos a mesma distância de 6 mm.

Considerando que  $\Lambda$  é 2 MeVg<sup>-1</sup>cm<sup>2</sup> e que a energia cinética dos muões é de 4,1 MeV, calcule a densidade  $\rho$  da emulsão nuclear, em g/cm<sup>3</sup>.

- c) (4 pontos) A força de Lorentz leva as partículas a descrever trajetórias helicoidais em torno da direção do campo magnético (ver Fig. 3). O raio de curvatura das trajetórias depende da intensidade do campo magnético e da componente do momento (quantidade de movimento) da partícula perpendicular ao campo magnético (normalmente designado por momento transversal  $P_T$ ). É possível medir o momento das partículas carregadas usando espectrómetros magnéticos. Se se quiser construir um espectrómetro magnético em Chacaltaya para medir o momento dos píões de  $\vec{p} = (10\hat{i} + 10\hat{j} + 37\hat{k})$  GeV/ $c$ , determine que intensidade deverá ter o campo magnético, em tesla (T). O campo  $\vec{B}$  é paralelo ao eixo  $y$  e o raio de curvatura é 20 m.
- d) (1,5 pontos) O modelo estatístico usado para construir a distribuição dos eventos que se observam nas experiências de física de partículas é a estatística de Poisson, dada pela seguinte expressão:

$$f(n, \mu) = \frac{\mu^n e^{-\mu}}{n!},$$

onde  $f(n, \mu)$  é a função de distribuição,  $n = 0, 1, 2, \dots$  representa o número de resultados individuais da experiência (o número de eventos a observar, por exemplo) e  $\mu$  é o valor de eventos esperado num certo intervalo de tempo. Tendo em conta a distribuição de

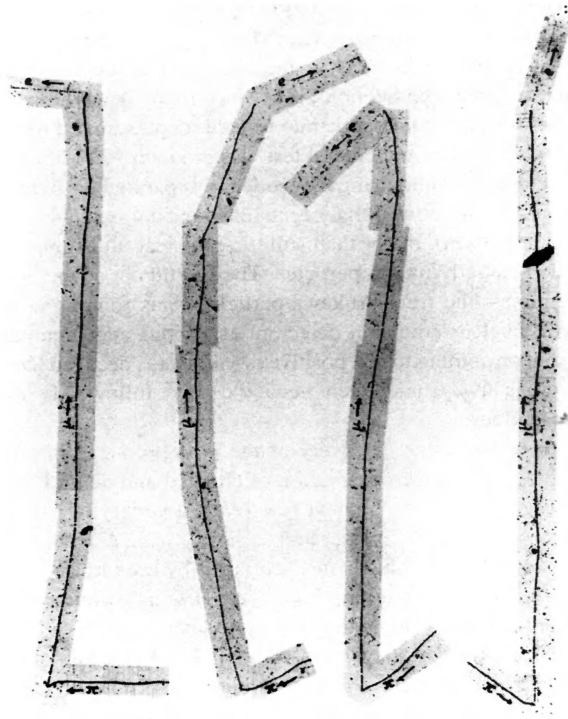


Figura 2: Na figura mostra-se uma fotografia da emulsão nuclear, na qual se mostram quatro exemplos do decaimento de píões positivos  $\pi^+$  em múons  $\mu^+$  e também se exemplifica o decaimento do múon  $\mu^+$  num eletrão positivo.

Poisson, espera-se medir no laboratório de Chacaltaya mais de 10 eventos de píões por semana. Calcule, em percentagem:

1. a probabilidade de observar 5 píões numa semana;
2. a probabilidade de observar 20 píões num mês;
3. a probabilidade de não observar qualquer pião numa semana.

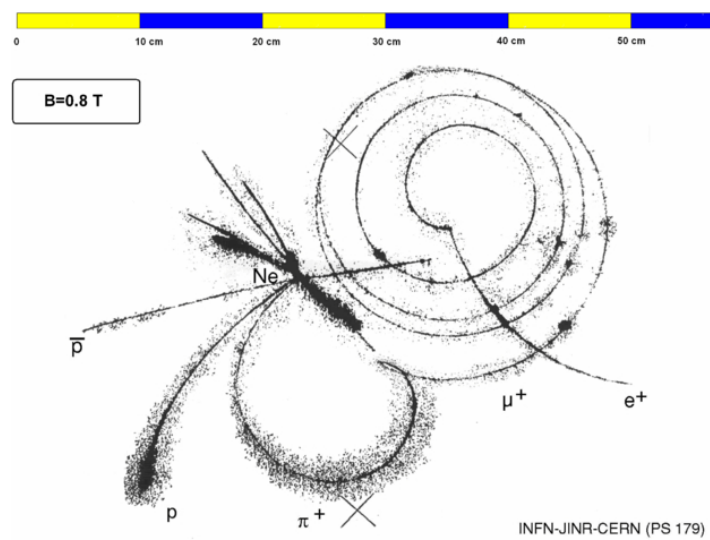
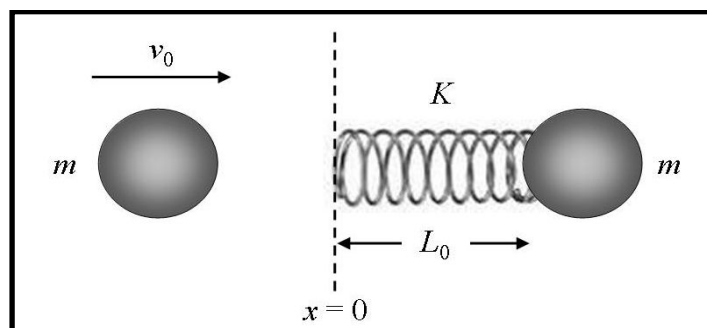


Figura 3: Na figura mostram-se as trajetórias curvas que as partículas carregadas descrevem, em consequência da interação com o campo magnético. Neste caso particular mostra-se o processo de aniquilação de um antiprotão.

XX OLIMPÍADA IBEROAMERICANA DE FÍSICA

PROBLEMA 3 (9 pontos)



Considere a interação elástica de duas partículas com a mesma massa  $m$  por intermédio de uma mola ideal (constante elástica  $K$ , comprimento da mola relaxada  $L_0$ ). Uma partícula está inicialmente em repouso e ligada à mola. A outra partícula aproxima-se da primeira com uma velocidade inicial  $v_0$  (ver figura). Depois da interação entre as partículas, estas separam-se.

- Identifique quais as quantidades físicas que se conservam. Justifique. (2 pontos)
- Escreva as correspondentes equações de conservação. (2 pontos)
- Determine a compressão máxima da mola. (2 pontos)
- Determine a velocidade final da partícula ligada à mola. (2 pontos)
- Esboce um gráfico que descreva qualitativamente a força sobre a partícula ligada à mola em função do tempo. Explique que grandeza representa a área abaixo desta curva e determine a sua expressão. (1 ponto)