



SOCIEDADE PORTUGUESA DE FÍSICA

Olimpíadas de Física 2015

Seleção para as provas internacionais

Prova Teórica

Nome:_____

Escola:_____

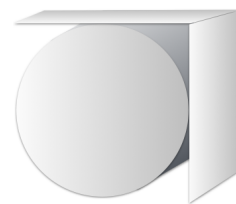
16/maio/2015

Prova Teórica

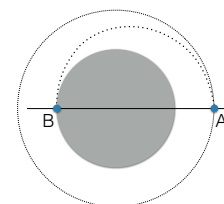
Duração da prova: 4h

I Vários tópicos

1. Uma placa em L (isto é, dobrada num ângulo reto e exatamente ao meio, como se mostra na figura) é colocada sobre um cilindro que está fixo a uma parede. O eixo do cilindro (de raio R) encontra-se na horizontal. Qual é o valor mínimo do coeficiente de atrito estático entre a placa e o cilindro para que a placa não escorregue?

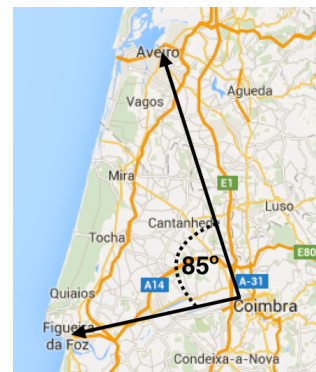


2. Um módulo lunar de 12 toneladas move-se em torno da Lua numa órbita circular a 100 km de altitude. Para alunar, os tripulantes do módulo ativam os motores do módulo para travar, isto é, ejetando os gases de combustão na direção e sentido de movimento do módulo. A velocidade de ejeção dos gases de combustão é 10 km/s e os motores são ligados quando o módulo se encontra no ponto A da figura, alunando no ponto B. Suponha que o motor de travagem está ligado num intervalo de tempo muito curto.



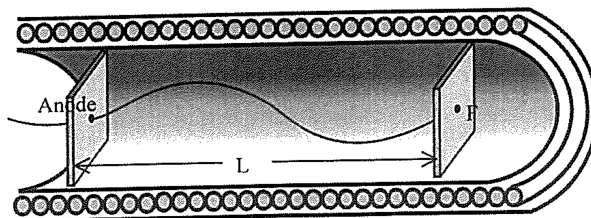
- (a) Determine a velocidade (v_0) do módulo lunar no ponto A, antes de os motores serem ligados.
- (b) Obtenha expressões para a energia mecânica e momento angular (relativamente ao centro da Lua) do módulo no ponto A, depois dos motores de travagem serem desligados (designe por v_A a velocidade do módulo lunar após a aplicação dos “travões”).
- (c) Ao alunar, a velocidade do módulo deve ser tangente à superfície da Lua para evitar uma alunagem “catastrófica”. Relacione a energia mecânica e momento angular (relativamente ao centro da Lua) do módulo no ponto B com os obtidos na alínea anterior (designe por v_B a velocidade do módulo lunar ao alunar).
- (d) Partindo das relações obtidas na alínea anterior e do resultado da alínea (a), determine a variação da velocidade do módulo lunar devido aos motores de travagem ($\Delta v = v_0 - v_A$).
- (e) Qual foi a massa de combustível consumida durante a travagem?
3. Qual é a espessura da camada de gelo que se forma à superfície de um lago numa noite fria de Inverno, quando a temperatura do ar é -10°C ? Para patinar é necessário que esta camada tenha 30 cm de espessura. Neste caso, quantos dias deste tempo frio de Inverno são necessários para que seja seguro patinar no lago?
4. Se um peru de 5 kg demora dois dias a descongelar, quanto tempo demorará a descongelar um mamute siberiano de 8 toneladas?

5. Um jovem radio-amador de Bencanta (Coimbra) mantém uma ligação rádio com duas amigas que vivem em duas cidades diferentes: Aveiro e Figueira da Foz. Para contactar as suas amigas, o jovem instalou um emissor de ondas curtas (27 MHz) de tal forma que, quando uma delas recebe o sinal com o máximo da intensidade, a outra não recebe qualquer sinal e vice-versa. A antena do emissor é composta por duas antenas verticais em forma de barra que emitem sinais com a mesma intensidade. Cada barra emite uniformemente em todas as direções do plano horizontal. Determine a orientação das barras (o ângulo que a linha que passa pelas duas barras faz com a direção norte-sul) e a diferença de fase entre os sinais comunicados a cada barra de modo a que a distância entre as barras seja mínima.

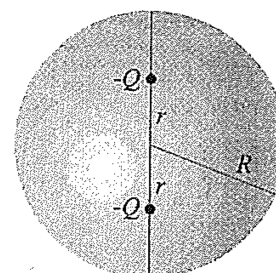


II Eletromagnetismo

1. A figura representa um canhão de eletrões (de massa m e carga $-e$) que entram na região central de um solenóide muito longo após terem sido acelerados por uma tensão V . A velocidade dos electrões à saída do ânodo tem uma pequena componente perpendicular ao eixo do solenóide ($v_{\perp} \ll v_{\parallel}$). A trajetória dos eletrões é helicoidal e, após um ciclo completo, as partículas vão convergir no ponto F alinhado com o orifício do ânodo. Os eletrões podem ser considerados não-relativistas.

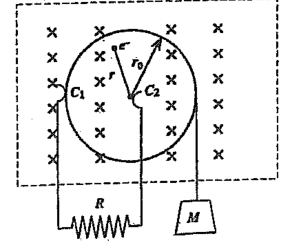


- (a) Obtenha a expressão que permite calcular o módulo da velocidade dos eletrões ao passarem no orifício do ânodo.
- (b) Determine a expressão do campo B que permite “focar” os electrões no ponto F decorrido um ciclo do movimento.
2. A figura representa uma esfera de raio R uniformemente preenchida com carga positiva. No interior há ainda duas cargas pontuais negativas ($-Q$ cada uma) colocadas sobre um mesmo diâmetro da esfera e equidistantes do centro. O sistema é eletricamente neutro. Este foi o modelo proposto por Thomson para o átomo de hélio (sendo as cargas negativas os dois electrões).
- (a) Determine a distância r a que devem estar as cargas negativas do centro da esfera para que o sistema esteja em equilíbrio eletrostático.
- (b) Obtenha a frequência de pequenas oscilações radiais de cada uma das cargas negativas (admitindo que a outra permanece em repouso), sendo m a massa destas cargas.



3. Um disco perfeitamente condutor de raio r_0 é colocado numa região onde existe um campo magnético constante \vec{B} perpendicular ao plano do disco. Existem dois contactos, C_1 na periferia do disco e C_2 no seu eixo, como se mostra na figura. A massa M , suspensa de um fio longo enrolado na periferia do disco, é responsável pelo momento (torque) que provoca a rotação do disco.

- (a) Determine a expressão da diferença de potencial que se estabelece entre os pontos C_1 e C_2 quando o disco está a rodar com velocidade angular ω .
- (b) Verifique que a corrente induzida no circuito que contém a resistência R varia linearmente com ω .
- (c) Sendo o fio muito longo, o sistema adquire uma velocidade angular constante ω_f . Determine a expressão de ω_f e da corrente correspondente I_f .



III “Pigs in Space”

Sendo um excelente cientista aeronáutico, L. M. construiu uma nave espacial capaz de apanhar porquinhos que se desloquem a velocidades relativistas. Os testes com a nave correram todos muito bem, tendo conseguido atingir uma velocidade de $0,9c$.

No entanto, à medida que a nave ia acelerando e movendo-se a velocidades maiores, L. M. começou a notar algo estranho com a luz que saía da lâmpada de 100 W que a nave tinha na sua frente: a luz tornava-se mais intensa e mais arroxeadada.



Sempre curioso, L. M. decidiu realizar um conjunto de experiências para entender o que se estava a passar.

Começou por colocar, num local às escuras, um LED amarelo que emite luz com 585 nm. O LED estava em repouso à distância de 100 m de um detetor circular com 5 cm de raio. O LED foi construído por L. M. (grande cientista fotónico) e é uma fonte praticamente pontual, isto é, emite fótons em igual quantidade para todas as direcções do espaço. Este LED tem uma potência luminosa de 1 mW e uma largura de banda estreitíssima, pelo que se pode considerar que todos os fótons que emite correspondem à radiação com 585 nm de comprimento de onda. O detetor mede a energia por unidade de tempo que o atinge e simultaneamente faz a análise espectral dessa radiação, identificando o comprimento de onda da radiação.

1. O que mede o detetor do L. M. nestas circunstâncias?

De seguida L. M. colocou o LED na ponta da nave espacial e tomou nota da leitura do detetor quando a nave se estava a deslocar na direção do detetor, medindo a luz que foi emitida pela nave quando esta estava a $L = 100$ m do detetor, movendo-se com uma velocidade v . Para interpretar os resultados, L. M. fez uns cálculos preliminares usando as transformações de Lorentz.

2. Qual seria a energia de um único fóton medida pelo detetor se esse fóton fosse emitido numa direção que faz um ângulo θ com a velocidade da nave?
3. Qual o ângulo entre a velocidade do fóton e a velocidade da nave que L. M. mediria no caso da alínea anterior?
4. Apresente o resultado anterior considerando que $\theta \ll 1$, como no caso desta experiência.
5. De seguida L. M. considerou dois fótons que deixam o LED em instantes que diferem por um curto intervalo Δt . Notando que a nave está numa posição diferente quando o segundo fóton é emitido e sabendo que existe dilatação temporal devido à velocidade relativista da nave, qual é o intervalo de tempo que separa a receção dos dois fótons no detetor? Expresse este intervalo de tempo em função do ângulo de incidência no detetor.
6. Qual é o número de fótons por unidade de tempo que atingem o detetor num anel de espessura infinitesimal e de raio $L \sin \theta$, onde L é a distância entre a nave e o detetor? Considere que $\theta \ll 1$.
7. Explique porque razão L. M. observa uma luz mais esverdeada e um aumento da intensidade luminosa à medida que a nave aumenta de velocidade.
8. Qual a energia por unidade de tempo que o detetor mede se a nave se deslocar à sua velocidade máxima de $0,9c$? Qual o comprimento de onda medido? Compare com os resultados da primeira alínea.

Muito contente com a sua experiência, L. M., completamente esquecido dos porquinhos, decide testar algo novo. Agora, coloca um pequeno espelho à frente da nave, no lugar do LED, e aponta um LASER de He-Ne para o espelho.

9. Se o comprimento de onda do LASER for $632,8$ nm, qual o comprimento de onda da luz refletida pelo espelho quando a nave se desloca em direção ao LASER à sua velocidade máxima?
10. Considere que o espelho tem uma massa de $0,1$ mg. L. M. pensa o que aconteceria se no espaço (sem gravidade e no vácuo) a nave soltasse o espelho quando a sua velocidade fosse $v = 0,9c$. Nesse caso, qual deveria ser a potência do LASER para fazer o espelho parar em 100 ns?

Imediatamente após ter resolvido este problema, um porquinho relativista passa à frente da casa do L. M.. O cientista deixa então a Física por uns momentos para colocar a sua nave à prova. . .

Transformações de Lorentz

As variáveis x' , y' , z' , t' , E' , p'_x , p'_y e p'_z correspondem às grandezas medidas num referencial que se desloca com velocidade $\vec{v} = v\hat{i}$ em relação ao referencial inicial. De acordo com as transformações de coordenadas, em $t = 0$ as origens dos dois referenciais são coincidentes.

$$E' = \frac{E - vp_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad p'_x = \frac{p_x - \frac{vE}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad p'_y = p_y \quad p'_z = p_z$$

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y' = y \quad z' = z$$

Expressões potencialmente úteis

$$\text{Se } b \ll a, (a + b)^2 \simeq a^2 + 2ab.$$

$$\text{Se } x \ll 1, (1 + x)^{-1} \simeq 1 - x.$$

$$\sin(a) \pm \sin(b) = 2 \sin\left(\frac{a \pm b}{2}\right) \cos\left(\frac{a \mp b}{2}\right)$$

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cos\left(\frac{a + b}{2}\right) \cos\left(\frac{a - b}{2}\right)$$

$$\cos(a) - \cos(b) = 2 \sin\left(\frac{a + b}{2}\right) \sin\left(\frac{a - b}{2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2/a^2}(1 + x/a)^2} = -\frac{a(2 + x/a)}{3(1 + x/a)^2} \sqrt{1 - x^2/a^2} + C$$

Constantes Físicas

e	$1,602176487 \times 10^{-19} \text{ C}$
N_A	$6,02214179 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
k_B	$1,3806504 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
ε_0	$8,854187817 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
c	299792458 m/s
G	$6,67428 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$
h	$6,62606896 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
\hbar	$1,054571628 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
σ	$5,670400 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \text{K}^{-4}$
Constante de Wien	$2,8977685 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$
κ_{gelo}	$2,4 \text{ W K}^{-1} \text{m}^{-1}$
$L_{\text{gelo-água}}$	$3,3 \times 10^5 \text{ J/kg}$
a_0	$0,52917720859 \times 10^{-10} \text{ m}$
u	$1,660538782 \times 10^{-27} \text{ kg}$
u	$931,494028 \text{ MeV}/c^2$
m_e	$9,10938215 \times 10^{-31} \text{ kg}$
m_e	$510,998910 \text{ keV}/c^2$
m_e	$5,4857990943 \times 10^{-4} \text{ u}$
m_p	$938,272013 \text{ MeV}/c^2$
m_n	$939,565346 \text{ MeV}/c^2$
m_α	$3727,379109 \text{ MeV}/c^2$
M_{Lua}	$7,3477 \times 10^{22} \text{ kg}$
R_{Lua}	$1,737 \times 10^6 \text{ m}$
M_{Terra}	$5,97219 \times 10^{24} \text{ kg}$
M_\odot	$1,98855 \times 10^{30} \text{ kg}$
$M_\odot \frac{G}{c^2}$	$1,48 \text{ km}$
1 pc	$3,2616 \text{ anos-luz}$
1 pc	$3,086 \times 10^{16} \text{ m}$