



SOCIEDADE PORTUGUESA DE FÍSICA

Olimpíadas de Física 2015

Seleção para as provas internacionais

Prova Experimental B

16/maio/2015

Indução electromagnética

Duração da prova: 2 h

1 Material

- Bobina de fio de cobre
- Gerador de sinal
- Multímetro
- Reóstato
- Fios de ligação
- Papel milimétrico

2 Objetivos

Determinar a indutância e a resistência de uma bobina de fio condutor.

3 Descrição

Quando numa bobina circula uma intensidade de corrente i , há no interior da bobina um fluxo magnético ϕ que é proporcional a essa corrente, $\phi = Li$. A constante de proporcionalidade, L , é denominada *indutância* da bobina. Se a corrente na bobina variar, gera-se aos seus terminais uma diferença de potencial elétrico que tende a contrariar a variação do fluxo magnético, sendo a f.e.m. induzida dada por $-L\frac{di}{dt}$. Uma bobina pode ser associada em série a uma resistência R , constituindo assim o denominado circuito RL . Quando uma corrente alternada $i(t) = I\sin\omega t$ flui num circuito RL , a queda de tensão aos terminais da resistência é $IR\sin\omega t$ e a queda de tensão aos terminais da bobina é $I\omega L\cos\omega t$. A quantidade ωL denomina-se *reatância* da bobina e representa-se pelo símbolo X . É fácil demonstrar que num circuito RL a tensão aplicada e a corrente estão relacionados pela seguinte expressão,

$$v(t) = ZI\sin(\omega t + \theta), \quad (1)$$

onde

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad (2)$$

e

$$\theta = \arctan \frac{X}{R}. \quad (3)$$

Há, portanto, num circuito RL , um desfasamento θ entre a tensão aplicada ao circuito e a corrente que nele circula. As amplitudes (ou valores r.m.s.) da tensão aplicada e da corrente estão relacionadas por $V = ZI$, que é o equivalente da lei de Ohm para um circuito de corrente alternada. A amplitude (ou valor r.m.s.)¹ da tensão aos terminais da bobina é $V \sin \theta$ e a amplitude da tensão aos terminais da resistência é $V \cos \theta$, sendo

$$V \cos \theta = RI \quad ; \quad V \sin \theta = XI. \quad (4)$$

Nas considerações acima supusemos que a bobina era uma indutância pura, ou seja que o fio de que é constituída não apresenta resistência. Uma bobina real não é uma indutância pura, uma vez que o fio de que é feito o enrolamento tem uma dada resistência eléctrica. O objetivo desta experiência é a medição experimental da indutância e da resistência de uma bobina. O método que vamos utilizar está ilustrado na figura 1.

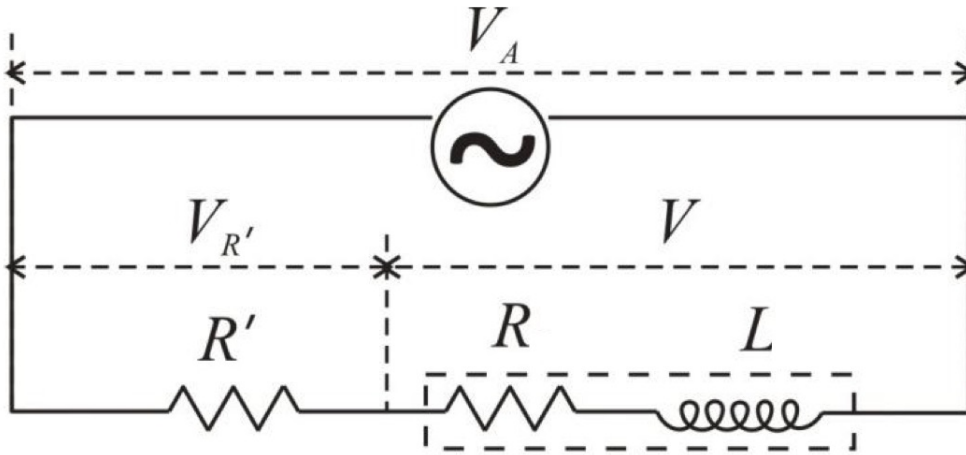


Figura 1: Circuito eléctrico para determinação da indutância, L , e resistência, R , de uma bobina. R' é uma resistência variável (reóstato).

A bobina é representada na figura como uma associação em série de uma resistência R e de uma indutância pura L . À bobina associa-se em série uma resistência variável, R' . O circuito é alimentado por um gerador de tensão sinusoidal, de amplitude V_A . Medindo a queda de tensão no reóstato, $V_{R'}$, a queda de tensão na bobina, V , e a tensão aplicada pela fonte, V_A , é possível determinar R e L . Seja θ o ângulo de desfasamento entre a tensão e a intensidade na bobina; é possível mostrar que as quantidades V_A , V , e $V_{R'}$ estão relacionadas pela seguinte equação:

$$V_A^2 = V_{R'}^2 + V^2 + 2VV_{R'} \cos \theta. \quad (5)$$

Substituindo as equações 4 na equação 5, obtemos

¹O valor r.m.s é $1/\sqrt{2} \sim 0.707$ do valor da amplitude da onda sinusoidal. Os multímetros indicam, tipicamente, os valores r.m.s. e não as amplitudes, quando trabalham no modo AC.

$$R = \frac{R'}{2} \left(\frac{V_A^2 - V^2}{V_{R'}^2} - 1 \right) \quad (6)$$

Medindo V , V_A e $V_{R'}$ para um dado valor de R' é possível determinar R . A impedância Z da bobina pode ser obtida a partir da relação

$$Z = \frac{V}{V_{R'}} R', \quad (7)$$

e o valor de X obtido de

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2}. \quad (8)$$

Uma vez determinado X , e conhecida a frequência da tensão aplicada, fica conhecida a indutância L da bobina. Este método pode ser aplicado para qualquer valor de R' , mas o erro é minimizado quando se utiliza um valor de R' tal que V e $V_{R'}$ são aproximadamente idênticos.

4 Execução

Advertência

Nesta experiência vai trabalhar com aparelhos eléctricos que podem debitar correntes apreciáveis. Tenha todo o cuidado para evitar curto-circuitos.

1. Monte o circuito da figura 1. Antes de ligar a fonte de alimentação verifique as ligações.
2. Aplique ao circuito uma tensão de cerca de 1 V de amplitude, com uma frequência de 200 Hz.
3. Meça a d.d.p. aos terminais da bobina com o multímetro. Ajustando cuidadosamente o reóstato, procure encontrar o ponto em que a d.d.p. aos terminais da bobina é praticamente igual à d.d.p. aos terminais do reóstato. Registe os valores de V , $V_{R'}$, V_A . Desligue a fonte (accionando o botão ON/OFF ou o botão de output OFF) e meça o valor de R . Ao mudar o multímetro do modo de tensão para o modo de resistência tenha o cuidado de fazer esta operação com o gerador de sinal desligado ou com o output em posição OFF. Verifique sempre se a opção AC está seleccionada no modo voltímetro. Nunca meça resistências com o gerador de sinal ligado!
4. Repita o procedimento para mais algumas frequências entre 100 e 500 Hz.

5 Análise dos dados

1. A partir dos dados recolhidos, obtenha os valores da resistência R e da reatância X da bobina para as várias frequências utilizadas. Registe os dados numa tabela.
2. Efectue o gráfico de X em função da frequência ω da onda aplicada.
3. Obtenha o valor da indutância L da bobina e uma estimativa para a incerteza neste valor.

6 Resolução

Os dados medidos são apresentados na tabela 1.

| f (Hz) | V (V) | $V_{R'}$ (V) | V_a (V) | R' (Ω) | R (Ω) | Z (Ω) | X (Ω) | L (Ω) |
|----------|---------|--------------|-----------|-------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 50 | 0,810 | 0,820 | 1,60 | 25,2 | 23,08 | 24,89 | 9,33 | 0,0297 |
| 100 | 0,940 | 0,942 | 1,75 | 31,7 | 23,07 | 31,63 | 21,64 | 0,0344 |
| 150 | 1,086 | 1,076 | 1,92 | 39,9 | 23,25 | 40,27 | 32,89 | 0,0349 |
| 200 | 1,222 | 1,192 | 2,06 | 48,6 | 22,74 | 49,82 | 44,33 | 0,0353 |
| 250 | 1,317 | 1,318 | 2,19 | 59,6 | 22,72 | 59,56 | 55,05 | 0,0350 |
| 300 | 1,410 | 1,402 | 2,29 | 70,0 | 22,98 | 70,40 | 66,54 | 0,0353 |
| 350 | 1,483 | 1,479 | 2,37 | 80,0 | 22,50 | 80,22 | 77,00 | 0,0350 |
| 400 | 1,559 | 1,519 | 2,43 | 88,1 | 22,28 | 90,42 | 87,63 | 0,0348 |
| 450 | 1,604 | 1,589 | 2,50 | 100,1 | 22,84 | 101,0 | 98,43 | 0,0348 |
| 500 | 1,641 | 1,646 | 2,54 | 112 | 21,69 | 111,7 | 109,5 | 0,0349 |
| 1000 | 1,880 | 1,848 | 2,77 | 208 | 22,03 | 211,6 | 210,5 | 0,0335 |
| 1500 | 1,940 | 1,942 | 2,84 | 314 | 22,09 | 313,7 | 312,9 | 0,0332 |
| 2000 | 1,970 | 1,967 | 2,86 | 409 | 22,71 | 409,6 | 409,0 | 0,0325 |

Os valores médios de R e L são:

$$R = 22,6(1) \Omega \text{ e } L = 34,1(4) \text{ mH.}$$

Uma melhor forma de analisar os dados é a seguinte.

Seja $y = 2 \left(\frac{V_A^2 - V^2}{V_R^2} - 1 \right)^{-1}$. Da equação 6, $y = \left(\frac{1}{R} \right) R'$. A representação gráfica de y em função de R' está representada na fig. 2. Tal como esperado, o gráfico é uma reta que passa pela origem. A reta de melhor ajuste aos dados é

$$y = 0,04446(3)x - 0,00(5). \quad (9)$$

Do declive da reta (que é igual a $1/R$), obtém-se $R = 22,49(1) \Omega$, que pode ser comparado com o valor medido no multímetro $22,8 \Omega$.

Usando este valor de R , podemos calcular os valores de X e representar X em função da frequência angular ω (fig.3). Verifica-se uma dependência linear, à excepção dos 3 últimos pontos, de frequências $f \geq 1000 \text{ Hz}$ (no gráfico $\omega \geq .6000 \text{ s}^{-1}$). Um ajuste linear excluindo estes pontos dá a reta

$$y = 0,03512(2)x - 0,5(4). \quad (10)$$

O declive da reta é a indutância $L = 35,12(2) \text{ mH}$ que compara muito bem com o valor medido num multímetro LCR, $L = 35,13 \text{ mH}$. A razão de os pontos de frequências elevadas terem um desvio sistemático deve-se, provavelmente, à limitação do multímetro para trabalhar em frequências elevadas.

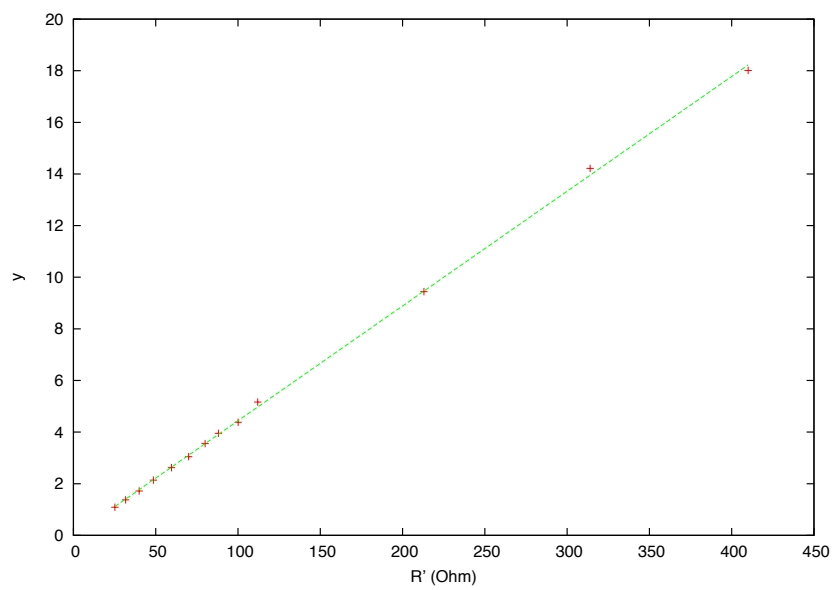


Figura 2: Determinação de R pelo método gráfico.

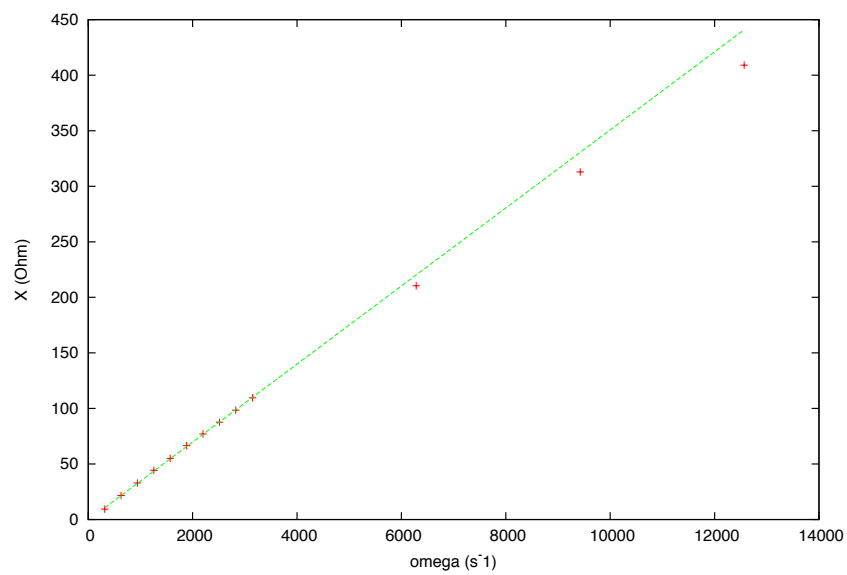


Figura 3: Determinação de L pelo método gráfico.