



XVIII OLIMPIADA  
IBEROAMERICANA DE FÍSICA  
SANTO DOMINGO 2013-REP. DOM.



## Prova teórica

### INSTRUÇÕES

- Preencha em maiúsculas o quadro ao fundo desta página.
- Nas restantes folhas que utilizar, NÃO deve figurar o seu nome nem qualquer identificação.
- Dentro do envelope que lhe foi entregue deve colocar esta folha juntamente com as utilizadas na resolução do problema, que devem ser ordenadas e numeradas. Não entregue as folhas usadas para rascunho nem o enunciado da prova.

APELIDO(S)/SOBRENOME(S): \_\_\_\_\_

NOME(S): \_\_\_\_\_

PAÍS: \_\_\_\_\_

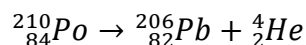
NÚMERO DE FOLHAS UTILIZADAS: \_\_\_\_\_



### Problema 1. Escalas atômicas/atômicas.

O modelo atômico/atômico de Thomson de 1904 descreve o átomo como uma esfera de carga uniforme e positiva, onde os elétrons/elétrons estão espalhados (modelo do pudim de passas). No entanto, as experiências realizadas por Rutherford e seus colaboradores em 1909 revelaram mais detalhes do átomo. Nessas experiências, Geiger e Marsden bombardearam lâminas finas de ouro com partículas alfa (núcleos de hélio). De acordo com o modelo de Thomson, esperava-se que as partículas alfa fossem defletidas de menos de  $0,02^\circ$ . Embora a grande maioria das partículas alfa não sofresse qualquer desvio da sua trajetória, uma em cada oito mil partículas era defletida de um ângulo superior a  $10^\circ$  e, em alguns poucos casos, esse desvio chegava a  $90^\circ$  ou mesmo a  $180^\circ$ . Rutherford afirmou que “este foi o acontecimento mais incrível da minha vida. Era quase tão incrível como se tivesse disparado um projétil de 15 polegadas sobre um pedaço de papel de seda e este fosse refletido e me golpeasse”.

1. Determinar o valor da velocidade das partículas alfa produzidas na desintegração do isótopo de Polônio/Polônio-210 na reação: **(4 pontos)**



2. Considere uma partícula alfa como na pergunta anterior, que se aproxima de um núcleo de ouro e é defletida de  $180^\circ$ . Usando considerações energéticas obter uma expressão para estimar por excesso o raio desse núcleo. Calcular o seu valor. **(3 pontos)**
3. Em 1913, Bohr, inspirado no modelo atômico/atômico planetário de Rutherford, propôs quantizar o momento angular dos elétrons/elétrons em órbita em torno do núcleo, de acordo com a relação:

$$L = n\hbar,$$

onde  $\hbar$  é a constante de Planck dividida por  $2\pi$  e  $n = 1, 2, 3 \dots$  Usar este modelo para determinar o raio mínimo do átomo de hidrogênio/hidrogênio. **(3 pontos)**

## Valores de algumas constantes físicas

Velocidade da luz:  $c = 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$

Carga elementar:  $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$

Constante de Planck:  $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Massa do eletrão/elétron:  $m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Massa do protão/próton:  $m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Permitividade do vazio/vácuo:  $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

Unidade de massa atômica/atômica:  $1,661 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Número atômico/atômico do ouro (Au):  $Z_{Au} = 79$

Massa do Polónio/Polônio:  $M_{Po} = 209,982857 \text{ u}$

Massa do Chumbo:  $M_{Pb} = 205,974449 \text{ u}$

Massa do Hélio:  $M_{He} = 4,002603 \text{ u}$



## Problema 2: Atrito viscoso

Os corpos que se deslocam num fluido estão sujeitos a uma força de atrito viscoso. Esta força atua na direção do movimento do corpo relativamente ao fluido e cresce com o quadrado da velocidade do corpo. Em muitos casos, como no desenho de automóveis, tenta-se minimizar esta força. Noutros casos, como nos paraquedas, tenta-se maximizar a força de atrito a baixa velocidade.

O estudo teórico da força de atrito viscoso é complexo, mesmo para corpos com grande simetria, pois não se conhecem soluções analíticas para as equações que modelam esta força. Pode-se no entanto obter alguma informação valiosa recorrendo a um modelo simples.

Considere um modelo em que um corpo (um objeto macroscópico) se move através de um fluido constituído por moléculas uniformemente distribuídas que estão todas, inicialmente, em repouso. Neste modelo a força de atrito deve-se exclusivamente a colisões entre as moléculas e o corpo em movimento. Assume-se que estas colisões são perfeitamente elásticas.

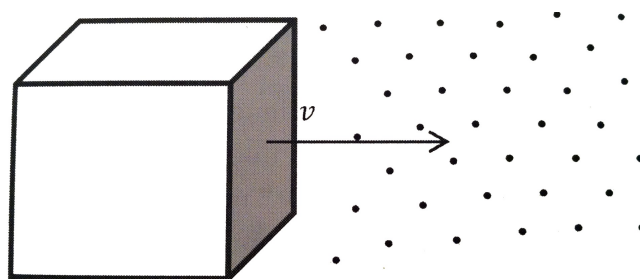


FIGURA 1

- a) Um corpo de massa  $M$  e velocidade  $v$  choca frontalmente com uma única molécula de massa  $m$  que está inicialmente em repouso. Determinar a variação da velocidade,  $\Delta v$ , do corpo devida ao choque. Escrever o resultado em função de  $M$ ,  $m$  e  $v$ . (2 pontos)

- b) Um cubo de lado  $L$  move-se através de um fluido de densidade  $\rho$  numa direção perpendicular a uma das suas faces. Demonstrar que a força de atrito  $F_D$  é:

$$F_D = 2\rho Av^2,$$

onde  $v$  é a velocidade do cubo e  $A$  é a área de uma das suas faces. Considerar que a massa  $m$  de cada uma das moléculas do fluido é muito menor que  $M$ .  
(3 pontos)

- c) Um cubo de 10,0 cm de lado move-se em linha reta com velocidade constante de 0,600 m/s através de um gás de moléculas de  $O_2$  em repouso (densidade  $\rho = 1,43 \text{ kg/m}^3$ ). Calcular a potência necessária para manter constante a velocidade do cubo.  
(2 pontos)

- d) Quer-se modificar a forma do cubo de modo a melhorar a sua aerodinâmica, isto é, diminuir a força de atrito viscoso. Para tal se dá a forma de cunha simétrica a cada uma das suas faces (na Figura 2 mostra-se a sua secção transversal). Para caracterizar a aerodinâmica do novo corpo, introduz-se um parâmetro  $K$  na equação anterior

$$F_D = 2K\rho Av^2$$

Este parâmetro depende do ângulo  $\theta$  (ver Figura 2). Notar que, para  $K = 1$ , se recupera a forma da força de atrito sobre o cubo. Determinar o coeficiente  $K$  para o novo corpo, assumindo que as partículas colidem elasticamente com a superfície da cunha e que a sua massa é muito pequena quando comparada com a do corpo, de tal modo que se produz uma “reflexão especular” das moléculas.

(3 pontos)

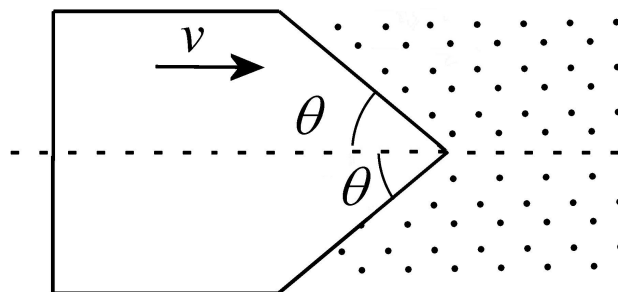


FIGURA 2



### Problema 3: Molécula Diatômica/Diatômica

Uma molécula diatômica/diatômica é formada por dois átomos que estão quimicamente ligados. As ligações químicas só se podem estudar corretamente utilizando a Mecânica Quântica. No entanto, para várias aplicações, é possível recorrer a aproximações baseadas na Mecânica Clássica.

Um destes modelos clássicos para a molécula diatômica/diatômica considera que a molécula é formada por duas massas que se encontram a uma certa distância de equilíbrio,  $r_0$ , ligadas por um mola de constante elástica  $k$ . Este modelo é muito utilizado para estudar as vibrações moleculares de baixa energia, não sendo adequado para situações onde há quebra de ligações ou vibrações de alta energia. A energia potencial neste modelo, que não é mais do que um oscilador harmónico/harmônico, pode-se escrever como:

$$U(r) = \frac{1}{2}k(r - r_0)^2$$

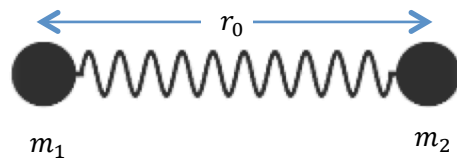
onde  $r$  é a separação instantânea entre os dois átomos. Partindo da expressão anterior é possível obter a força entre os dois átomos:

$$F(r) = -k(r - r_0).$$

Quando se querem modelar vibrações de alta energia (ou de grande amplitude), pode-se recorrer ao potencial de Morse:

$$U(r) = D_e[1 - e^{-a(r-r_0)}]^2$$

onde  $D_e$  e  $a$  são constantes. Notar que, para este potencial, quando a distância interatômica tende para infinito, a energia potencial tende para  $D_e$ .



**Esquema de uma molécula diatômica/diatômica.**

- Considere uma molécula diatômica/diatômica com átomos de massas  $m_1$  e  $m_2$  e distância de equilíbrio  $r_0$ . Determinar a localização do centro de massa da molécula em relação a  $m_1$ . **(2 pontos)**
- Supor que a molécula é rígida e que roda, com velocidade angular  $\omega$ , em torno de um eixo perpendicular à linha que une os dois átomos e que passa pelo centro de massa da molécula. Obter uma expressão para a energia cinética rotacional em função de  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $\omega$  e  $r_0$ . **(2 pontos)**
- Supor agora que os átomos vibram mas que a molécula não roda. Determinar a frequência angular de vibração  $\omega_0$  para baixas energias. **(2 pontos)**
- Um efeito muito estudado na espectroscopia é o aumento da distância entre os átomos devido ao movimento rotacional da molécula. Este fenómeno é designado por *distorção centrífuga*. Determinar a nova distância inter-atômica/atômica  $r'_0$  em função de  $\omega_0$ ,  $\omega$  e  $r_0$ , supondo que a molécula não vibra. **(2 pontos)**
- Para oscilações pequenas, o potencial de Morse é praticamente harmónico/harmônico, isto é, o oscilador de Morse é praticamente indistinguível de um oscilador harmónico/harmônico. Para este caso (pequenas oscilações), determinar a constante elástica  $k$  do oscilador harmónico/harmônico equivalente em função de  $D_e$  e  $a$ . **(2 pontos)**

**Ajuda:**  $e^x \approx 1 + x$  para  $x$  muito pequeno.