

Problema 1. (10 pontos)

A energia das ondas

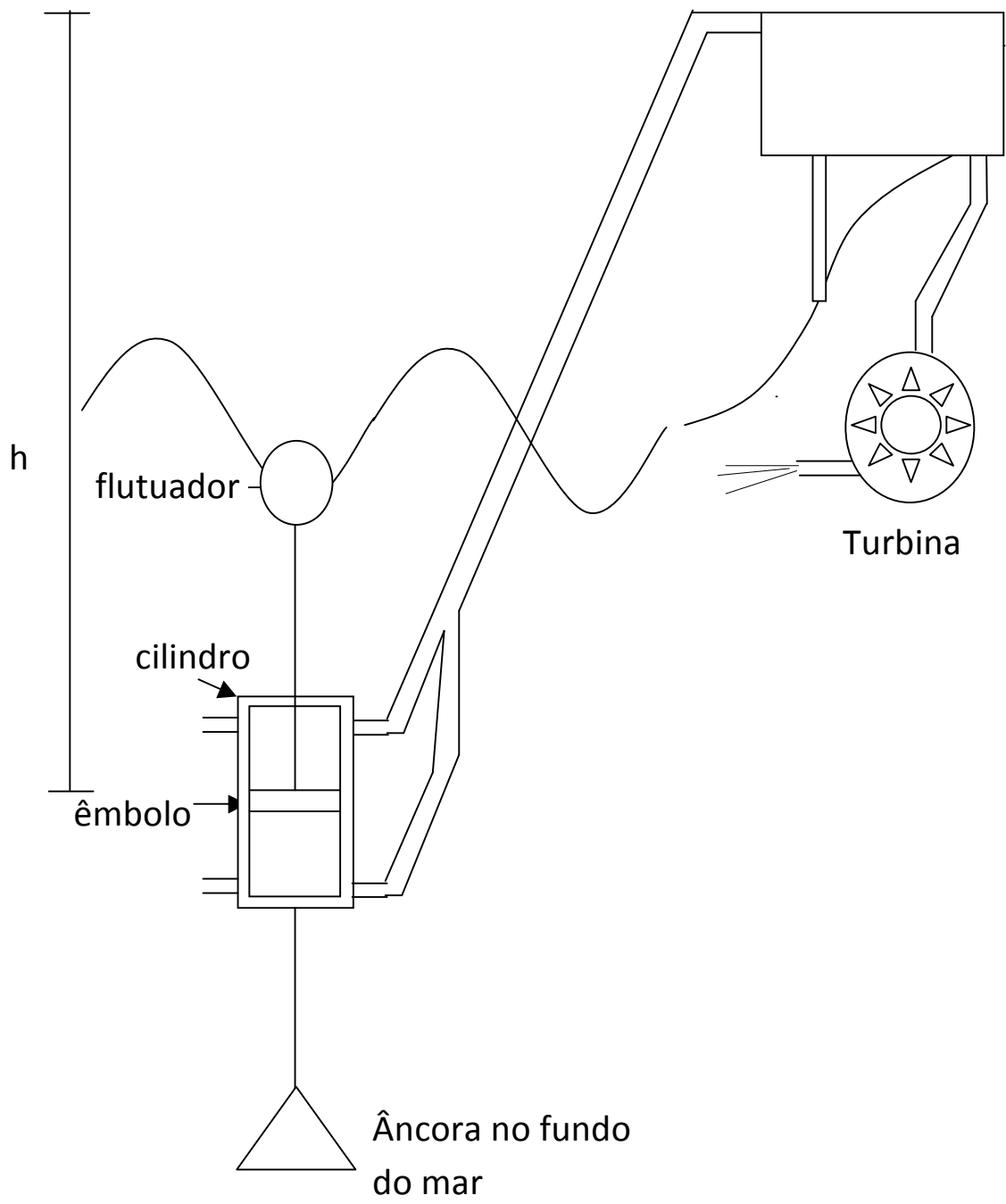
Há muitos anos que se persegue a ideia de desenvolver um dispositivo para extrair a energia das ondas do mar. Um dos métodos mais simples consiste de um flutuador cilíndrico ligado ao êmbolo de um cilindro de acção/ação dupla, preso ao fundo do mar, conforme ilustra a figura.

Quando é atingido por uma onda, o flutuador actua/atua impelindo o êmbolo para cima e, após a passagem da onda, o peso do próprio êmbolo provoca a sua descida. Devido a este movimento e a um sistema de válvulas acoplado ao cilindro, o sistema transporta água até um reservatório situado a uma altura h acima do ponto médio do cilindro.

A água acumulada é posteriormente utilizada para mover uma turbina situada ao nível do mar, transformando a energia potencial da água em energia eléctrica/elétrica para consumo doméstico.

Considerando que as ondas do mar têm uma amplitude de 30 cm, provocando um movimento sinusoidal/senoidal no flutuador, e que passam três ondas por segundo, realize as seguintes tarefas:

1. Estando o movimento do flutuador desfasado de $\pi/2$ em relação à onda e sendo a sua amplitude de vibração 90% da amplitude da onda, determine a expressão que descreve a posição do flutuador em função do tempo. Especifique as condições iniciais assumidas. **(3 pontos)**
2. Represente no mesmo gráfico a posição, velocidade e aceleração do flutuador em função do tempo. **(2 pontos)**
3. Considerando que o cilindro tem 800 mm de diâmetro e que a espessura do êmbolo é insignificante face à altura do cilindro, determine o trabalho realizado em um ciclo sobre a água que se eleva desde o cilindro até ao reservatório. **(3 pontos)**
4. Determine a potência média fornecida pelo sistema para geração de energia eléctrica/elétrica. **(2 pontos)**



Problema 2.

Efeito da distribuição da posição inicial dos iões/íons num espectrómetro de massa linear de tempo de voo

Introdução

Um espectrometro de massa de tempo de voo é um instrumento que permite medir com alta precisão e boa resolução a massa molecular de iões/íons. Este instrumento consta de três partes principais: 1) uma fonte de iões/íons, onde são produzidos e acelerados os iões/íons em análise; 2) um tubo de voo colocado imediatamente a seguir, em que os iões/íons previamente acelerados na fonte voam sem ser afetados por campos eléctricos ou magnéticos, designado também por região de voo livre; 3) um detetor em que se regista o tempo de chegada dos iões/íons.

Na fonte, todos os iões/íons com a mesma carga q são acelerados até alcançarem a mesma energia cinética. Por isso, durante o voo os iões/íons são separados devido à sua massa (ou melhor, devido à razão m/q) e atingem o detetor após um tempo que depende da razão m/q , ou seja, medindo o tempo de voo de um ião/íon particular podemos determinar a sua razão m/q e, sabendo q , podemos determinar também m .

Espectrometro de Wiley e McLaren de dois estágios

Na figura apresenta-se o esquema de um espectrometro linear simples do tipo Wiley e McLaren, com duas regiões de aceleração, em que se incluem as suas dimensões e as tensões aplicadas.

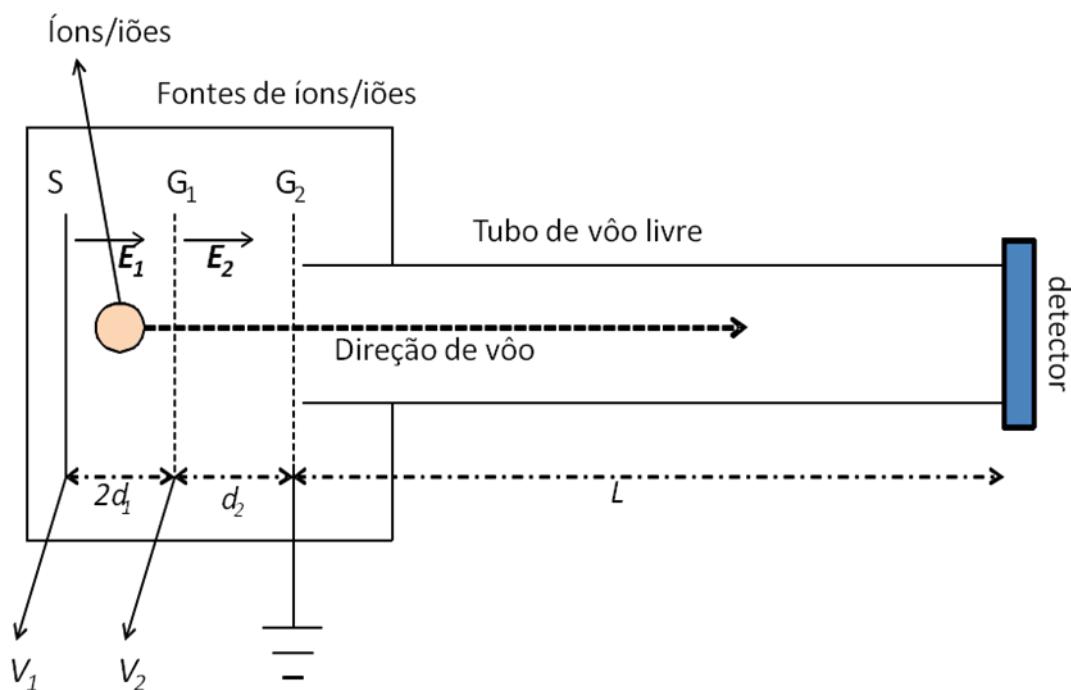


Fig. 1: Esquema de um espectrometro de massa de tempo de voo. Indica-se a fonte de iões/íons com duas regiões de aceleração delimitadas pelo eléctrodo/electrodo S e pelas redes metálicas G₁ e G₂, a região de voo livre e finalmente o detetor. O tempo de

percurso determina a massa dos iões/íons. Tipicamente, as distâncias d_1 e d_2 são muito pequenas por comparação com o tamanho dos elétrodo/eletrodos.

Considere que no centro da região delimitada por S e por G_1 é produzido um número muito grande de iões/íons de diferentes espécies químicas (diferentes massas moleculares). O elétrodo/eletrodo S encontra-se a um potencial V_1 . Após este elétrodo/eletrodo existem dois elétrodo/eletrodos adicionais formados por redes metálicas G_1 e G_2 , através das quais os iões/íons podem passar no seu percurso até o tubo de voo livre.

1) Princípio de funcionamento

Na chamada “configuração estática”, os iões/íons de carga positiva q e massa m são acelerados devido aos campos elétricos uniformes E_1 e E_2 entre as redes metálicas S e G_1 , e G_1 e G_2 , respectivamente. Para produzir estes campos, as redes metálicas S e G_1 são mantidas, respectivamente, aos potenciais positivos V_1 e V_2 (com $V_1 > V_2$).

Suponhamos que os iões/íons são produzidos instantaneamente na região entre S e G_1 , exatamente no seu centro, a uma distância d_1 de S. Logo após a sua produção os iões/íons são acelerados na direção do campo elétrico (conforme indicado na figura), sendo sucessivamente acelerados pelos campos elétricos uniformes E_1 e E_2 . Na região entre G_2 e o plano do detetor não há qualquer campo elétrico e os iões/íons podem voar livremente, isto é, em movimento retilíneo uniforme. Despreze os efeitos da gravidade e também os efeitos relativistas.

A energia de um ião/íon ao sair da fonte de iões/íons pode ser escrita como

$$U = U_0 + qd_1E_1 + qd_2E_2,$$

onde U_0 é a energia cinética inicial, isto é, a energia cinética com que o ião/íon é produzido.

Considere que todos os iões/íons são produzidos no centro da primeira região (isto é, com posição inicial $x_0 = d_1$) e no mesmo instante.

a. Deduza expressões para:

- i. Os campos elétricos entre os elétrodo/eletrodos, em função dos potenciais e das distâncias indicadas na figura. **(1 ponto)**
- ii. As acelerações que os iões/íons sentem nas duas regiões de aceleração, em função dos potenciais e das distâncias indicadas na figura. **(1 ponto)**
- iii. A energia cinética que os iões/íons possuem no final de cada uma das duas regiões de aceleração. Mostre que se considerarmos que os iões/íons são produzidos com velocidade inicial nula, todos os iões/íons possuem a mesma energia cinética final. **(2 pontos)**
- iv. A velocidade dos iões/íons quando passam por G_1 e G_2 . Escreva esta velocidade em função das energias cinéticas. Note que se houver na

fonte espécies químicas com massas diferentes mas cujos iões/íons sejam produzidos com a mesma carga, estes iões/íons adquirem velocidades em cada região que dependem de m/q . **(2 pontos)**

- b. Deduza uma expressão para cada tempo que um ião/íon demora para atravessar cada uma das três regiões em função das energias cinéticas, da massa, da carga, das intensidades dos campos elétricos e das distâncias. **(3 pontos)**
- c. Considere dois iões/íons com massas m_1 e $m_2 = m_1 + 1$ (em unidades de massa atômica, u) mas com a mesma carga q . Qual é a diferença entre os tempos de voo totais dos dois iões/íons? **(3 pontos)**
- d. Calcule a diferença entre os tempos de voo para iões/íons de massa 1000 u e 1001 u, $q = e$, num instrumento em que $V_1 = 10 \text{ kV}$, $V_2 = 8 \text{ kV}$, $d_1 = 3 \text{ mm}$, $d_2 = 11 \text{ mm}$ e $L = 1 \text{ m}$. **(2 pontos)**

2) Caso realista: resolução afetada pela dispersão espacial

Num caso realista, os iões/íons são gerados instantaneamente perto do centro do segmento S-G₁, mas com uma distribuição aleatória de distâncias em torno deste ponto, que se pode estender até cerca de 50 μm .

Consideremos o caso em que $U_0 = 0$, mas $x_0 = d_1 + \Delta$, em que $|\Delta| \ll d_1$.

- a. Escreva a expressão para o tempo de voo total nestas condições. **(2 pontos)**
- b. Usando os dados e a geometria de 1.d), determine a diferença entre os tempos de voo até ao detetor de um ião/íon de 1000 u que parte do centro da região entre S e G₁, e de outro idêntico que parte a uma distância $|\Delta| = 50 \mu\text{m}$ do primeiro. **(2 pontos)**
- c. Compare o resultado anterior com a diferença de tempos de voo dos dois iões/íons em 1.d). Nestas condições é possível distinguir a diferença de massas? Explique. **(2 pontos)**

Aproximações e constantes

1 u (unidade de massa atômica) = $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

1 e (carga elétrica elementar) = $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$