

Problema 1

Quem é mais eficiente na transferência de energia: o Ser Humano ou o Sol?

Vamos considerar o seguinte problema: Podemos saber se o Ser Humano é energeticamente mais eficiente do que o Sol na transformação de energia por unidade de massa e de tempo? Para tal será necessário calcular a energia, por unidade de massa, emitida pelo Sol, para a compararmos com a energia por unidade de massa processada, em média, por um Ser Humano.

De seguida, vamos apresentar uma discussão simplificada do problema, para encontrarmos uma resposta.

A energia emitida por unidade de tempo por uma estrela denomina-se luminosidade (L). O Sol é uma estrela que aparenta emitir muita energia por unidade de tempo em todas as direcções do espaço, e vamos supor que esta emissão é isotrópica (ou seja, que o Sol emite energia de igual forma em todas as direcções). A luminosidade L foi calculada com a seguinte expressão $L = kS$, onde k é a chamada “constante solar” e S a superfície esférica, centrada no centro do Sol, e de raio igual à distância ao centro do Sol a que se encontra o instrumento de medição, no nosso caso na Terra. Como se mede a constante solar? A constante solar é a quantidade de energia recebida na forma de radiação solar por unidade de tempo e unidade de superfície, medida na parte externa da atmosfera terrestre, num plano perpendicular aos raios solares. Os resultados da medição com satélites indicam um valor médio de $k = 1\,366\text{ W/m}^2$.

As medições para determinar L realizam-se com telescópios que devem estar situados em lugares onde a atmosfera absorva o menos possível a radiação solar. Os telescópios recebem uma quantidade denominada ‘fluxo’ (F) que se define como a energia total recebida por segundo e por cada metro quadrado do sensor, uma quantidade que depende da distância D do astro ao lugar onde fazemos a medição. Se o Sol (estrela) tem um fluxo ou brilho igual em todas as direcções (fluxo ou brilho isotrópico), utiliza-se a seguinte expressão para o fluxo:

$$F = \frac{L}{4\pi D^2},$$

onde D é a distância do emissor ao sensor.

Em astronomia o valor aceite para L (solar) é $3,827 \times 10^{26}\text{ W}$.

1. Numa experiência realizada num dos telescópios que se encontram sobre a superfície

da Terra, no denominado VLT (Very Large Telescope), determinou-se, usando filtros de diferentes comprimentos de onda, que cada pixel da câmara CCD (as câmaras CCD - Charge Coupled Device - são dispositivos electrónicos muito sensíveis, concebidos para captar a luz e formar uma imagem a partir dela) que se encontra no seu foco recebe em média $3,0211 \times 10^{-7}$ W. Tendo em conta que cada lado de um pixel mede 0,01500 mm, compare o valor da constante solar determinada por meio de satélites com o valor de F medido usando o telescópio (2,5 pontos).

2. Em astronomia, define-se o *módulo de distância* como a diferença entre os brilhos aparente m e absoluto M de uma estrela. Este módulo permite calcular a distância à estrela usando a expressão

$$m - M = 5 (\log D - 1),$$

onde D é dado em parsec. Um parsec é igual a $3,08568 \times 10^{16}$ m. O parâmetro m representa o brilho de uma estrela vista da Terra, enquanto que M seria o brilho aparente de uma estrela se estivesse localizada a 10,00 parsec do Sol. Sabendo que para o Sol $m = -26,80$ e $M = 4,800$, calcule a distância D do Sol à Terra e compare a luminosidade aceite do Sol (L) com a que se obtém usando a medição anterior de F e o valor que obteve para D . (3 pontos)

3. A partir do valor de D encontrado na alínea 2, e supondo que a órbita da Terra em torno do Sol é circular, sabendo que o período desta órbita é 365,242 dias solares e que a constante de Gravitação universal é $G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$, determine a massa do Sol, M_S . Compare o valor que obteve com o valor aceite de $1,989 \times 10^{30}$ kg. (1,5 pontos)
4. Calcule a energia por unidade de massa e por unidade de tempo produzida pelo Sol. (1,5 pontos).
5. Uma pessoa de 80 kg necessita de aproximadamente 2000 kilocalorias por dia que obtém através dos alimentos. Suponha que o ser humano não armazena energia ou armazena muito pouca. Isto conduz a uma transformação média de 1 W/kg. Quem processa mais energia por unidade de massa e de tempo, o Sol ou uma pessoa? Noutras palavras, qual é o mais eficiente? Calcule a razão entre as duas eficiências. (1,5 pontos).

Problema 2

Partículas contaminantes

Nas salas de fabrico de dispositivos de micro e nanotecnologia, como os processadores e memórias RAM, é essencial a ausência de poeiras no ar. Actualmente o tamanho dos transístores nestes dispositivos é de aproximadamente 30 nm, sendo o raio de uma partícula de poeira da ordem de 1 μm . A deposição de uma destas partículas sobre o circuito durante o processo de fabrico pode portanto levar à sua perda. Para minimizar estas perdas, o processo de fabrico decorre em salas “brancas” onde há um controlo apertado da densidade de partículas no ar.

Considere uma partícula esférica de raio $R = 1,0 \mu\text{m}$ numa sala branca onde não há correntes de ar e a temperatura é constante. O ar pode ser considerado um fluido viscoso onde é válida a *lei de Stokes*.

1. Indique, num diagrama, as forças que actuam sobre a partícula. Considere que o eixo Z está segundo a direcção do campo gravítico (1 ponto).
2. Escreva a equação do movimento da partícula e encontre a expressão para a sua velocidade limite. (O coeficiente de Stokes é $6\pi\mu R$ e a densidade do ar é $\rho_a = 1,213 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.) (1,5 pontos)
3. Compare a velocidade limite para uma partícula de chumbo ($\rho_{\text{Pb}} = 11340 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) e para uma de silício ($\rho_{\text{Si}} = 2330 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$). $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ e $\mu = 1,829 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$. (1 ponto)
4. Represente para ambos os elementos (Si e Pb), de forma aproximada e no mesmo gráfico, a velocidade limite em função do tamanho da partícula no intervalo desde $R_{\text{min}} = 0$ até $R_{\text{max}} = 10 \mu\text{m}$. (1,5 pontos)
5. Calcule o tempo de queda por metro para partículas de chumbo e de silício, uma vez alcançada a velocidade limite. (1 ponto)

NOTA: Vê-se que, a esta escala tão pequena, mesmo uma partícula de um dos elementos mais pesados pode sedimentar-se muito lentamente. É por esta razão que o fluxo de ar e a presença de partículas são muito controlados, já que estas podem ficar suspensas no ar da sala durante um tempo não desprezável.

6. Considere que a partícula de tamanho ligeiramente submicrónico, $R = 0,10 \mu\text{m}$, alcançou já a sua velocidade limite e que se encontra a uma altura $h = nR$ (n vezes o seu raio) de uma superfície metálica na sala. Considera-se que a partícula

está carregada superficialmente com uma distribuição de carga $\sigma = 1,0 \times 10^{-5} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$. Indique num diagrama as forças que actuam sobre a partícula. (1 ponto)

AJUDA: A interacção entre um plano condutor e uma partícula carregada é equivalente à interacção entre esta partícula e outra de carga de igual módulo e sinal contrário, situada simetricamente do outro lado do plano. (*Método das imagens.*)

7. Compare a força electrostática na situação anterior com a força gravitacional sobre uma partícula de silício. $R = 0,10 \mu\text{m}$, $n = 5$, $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$, $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$. Suponha que a partícula é pontual e com carga $q = \sigma 4\pi R^2$. (2 pontos)

NOTA: Da resposta anterior conclui-se que, nestas circunstâncias, a interacção electrostática pode ser dominante. Por isso é necessário controlar a humidade ambiente e desenhar sistemas de descarga controlada dos dispositivos metálicos da sala.

8. Represente, de forma aproximada e no mesmo gráfico, ambas as forças em função do tamanho da partícula, desde $R_{\min} = 0$ até $R_{\max} = 50 \mu\text{m}$, para o caso do silício. Determine o raio limite abaixo do qual a força electrostática domina a força gravitacional. (1 ponto)

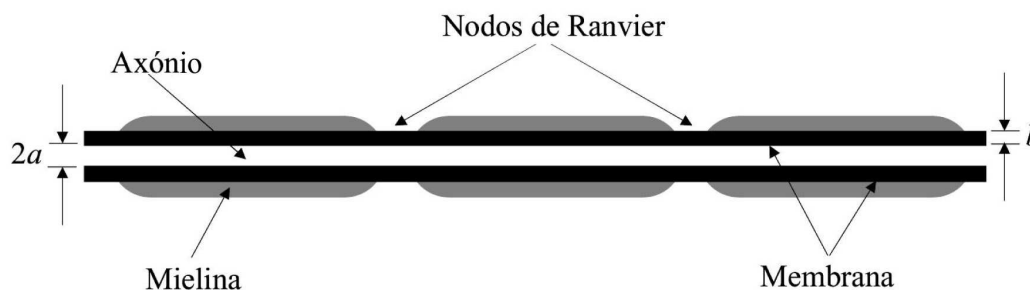
Problema 3

Um modelo físico simples do funcionamento de um axónio de um neurónio

Na Natureza há uma grande quantidade de fenómenos que podem representar-se mediante circuitos eléctricos simples como, por exemplo, o fluxo de iões através de uma membrana celular. Um sistema um pouco mais complexo é o axónio, o eixo cilíndrico de um neurónio. Sendo certo que o sistema nervoso é complexo e uma maravilha no que diz respeito à transmissão de informação, vamos considerar um circuito simples para representar a transmissão de sinais ao longo do axónio.

Uma membrana celular, de espessura $b=7,00$ nm, cobre um axónio de forma cilíndrica com raio $a = 5,00$ μm . A diferença de potencial entre o exterior e o interior da membrana é $V_0 = 70,0$ mV. A substância de que é feita a membrana (lípidio) é um dieléctrico não ideal de constante $k = \epsilon/\epsilon_0 = 8,00$, ($\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ F/m) e de resistividade $\rho_m = 1,60 \times 10^7$ Ωm . Com estes dados podemos fazer um modelo da membrana como um circuito RC.

O plasma do axónio é condutor (não perfeito), com resistividade $\rho_a = 0,500$ Ωm . Tendo em conta que a membrana tem correntes de fuga radiais, quando circula um impulso eléctrico pelo axónio ele atenua-se. Para minorar este problema, a Natureza previu uma substância isoladora que cobre a membrana do axónio, denominada mielina, a qual tem um papel semelhante ao do plástico isolante que envolve um cabo condutor. Neste caso, a atenuação é apenas devida à resistência do plasma do axónio e não às correntes de fuga que se transmitem pela membrana. Por esta razão, o impulso deve ser regenerado após ter percorrido uma certa distância. Para isso, origina-se um intercâmbio de carga entre o exterior e o interior do axónio (fluxo de iões) através dos canais da membrana. Nesses canais, denominados nodos de Ranvier, a mielina está ausente.



1. Supondo que a membrana pode considerar-se um condensador plano de espessura b , determine:
 - (a) o módulo do campo eléctrico no interior da membrana do axónio; (1 ponto)
 - (b) a densidade superficial de carga. (1 ponto)
2. Qual é a capacidade por unidade de superfície da membrana? (1 ponto)
3. Calcule a condutância (inverso da resistência) radial da membrana por unidade de superfície. (1 ponto)
4. Calcule a constante de tempo τ do circuito RC equivalente. (1 ponto)
5. Calcule a resistência axial (longitudinal) do axónio por unidade de comprimento. (1 ponto)
6. Calcule o comprimento crítico L_C do axónio para o qual a sua resistência longitudinal é igual à resistência radial da membrana. (2 pontos)
7. Que implicações teria um comprimento de axónio que fosse superior ao comprimento crítico? Justifique a sua resposta. (2 pontos).