



SOCIEDADE PORTUGUESA DE FÍSICA

Olimpíadas de Física 2010

Seleccção para as provas internacionais

Prova Teórica

28/Maio/2010

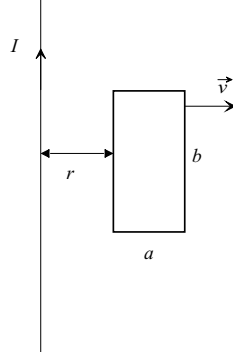
Prova Teórica

Duração da prova: 4h

I Vários tópicos

1. Um disco uniforme de raio R é posto a rodar com velocidade angular ω e depois é colocado cuidadosamente sobre uma mesa horizontal, com as suas faces paralelas à mesa. Durante quanto tempo se mantém o disco a rodar se o coeficiente de atrito entre o material do disco e o da mesa for μ ? Assumir que a pressão do disco sobre a mesa se mantém constante em todo o processo.
2. Um fio de massa desprezável é enrolado em torno de um cilindro de massa M e raio R . Na extremidade livre do fio é suspenso um corpo de massa m que é deixado cair no instante $t = 0$. O cilindro pode rodar livremente, com atrito desprezável, em torno do seu eixo.
 - (a) Determinar a velocidade angular do cilindro e a energia cinética do conjunto no instante t .
 - (b) Considere agora que a massa do fio não é desprezável. Supondo que o fio está inicialmente todo enrolado em torno do cilindro, numa só camada, a velocidade angular do cilindro dependerá da quantidade de fio que se tiver entretanto desenrolado. Obter uma expressão para a velocidade angular do cilindro em função da quantidade de fio desenrolado. Considerar que o fio tem comprimento total ℓ , massa m , e que o centro de massa da porção por desenrolar se encontra sempre sobre o eixo do cilindro.
3. Dois cilindros A e B de igual volume V contêm o mesmo gás ideal à temperatura T e a pressões $2p$ e p , respectivamente. Uma válvula num tubo que liga os dois cilindros é ligeiramente aberta, sendo a pressão em A mantida constante, com a ajuda de um pistão, enquanto o gás escapa de A para B . Se houver bom contacto térmico entre os cilindros mas estes estiverem perfeitamente isolados do meio ambiente,
 - (a) qual é a temperatura final (em função de T)?
 - (b) qual é o volume final de gás no cilindro A (em função de V)?
4. Duas barras do mesmo comprimento (ℓ_0) deslocam-se uma em direcção à outra paralelamente a um eixo horizontal. Num sistema de referência fixo a uma das barras o intervalo de tempo entre o instante em que a extremidade esquerda de uma barra passa pela extremidade direita da outra e o instante em que a extremidade direita da primeira barra passa pela extremidade esquerda da segunda é Δt . Qual é a velocidade relativa das barras? (As barras deslocam-se a velocidades próximas da velocidade da luz no vazio.)

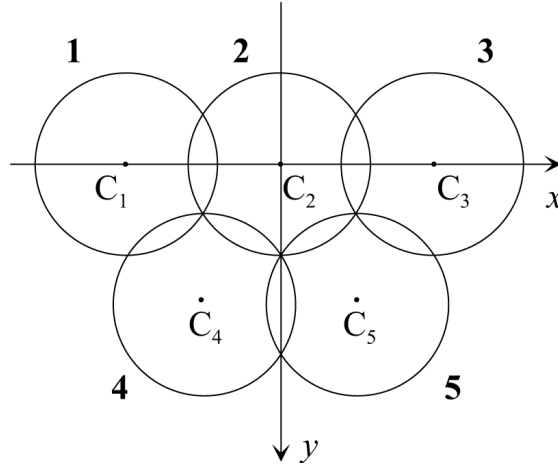
5. Uma espira rectangular de lados a e b move-se, com velocidade constante \vec{v} , afastando-se de um fio rectilíneo longo, percorrido pela corrente I e situado no mesmo plano da espira. Sendo R a resistência da espira determinar a expressão da corrente nela induzida.



II Electromagnetismo

1. Considerar um conjunto de cilindros ocios de raio R , dispostos de modo que a intersecção das suas superfícies com um plano perpendicular aos seus eixos (paralelos entre si) forma os anéis olímpicos, como se mostra na figura.

$$\begin{aligned} C_1 & \left(-\sqrt{3}R, 0 \right) \\ C_2 & (0, 0) \\ C_3 & \left(\sqrt{3}R, 0 \right) \\ C_4 & \left(-\frac{\sqrt{3}R}{2}, \frac{3}{2}R \right) \\ C_5 & \left(\frac{\sqrt{3}R}{2}, \frac{3}{2}R \right) \end{aligned}$$

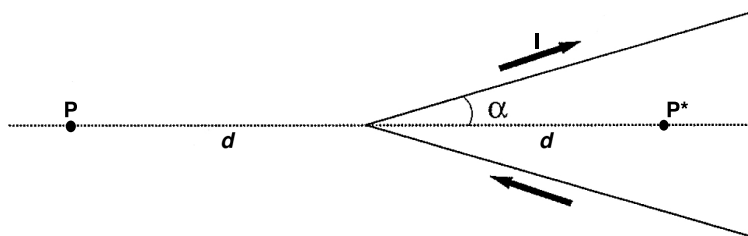


Num cilindro carregado a carga está uniformemente distribuída sobre a respectiva superfície. Na intersecção das superfícies cilíndricas não há redistribuição de cargas, pelo que, após a constituição da disposição indicada, cada cilindro mantém, à sua superfície, a distribuição uniforme de carga que tinha inicialmente.

- (a) Determinar o campo eléctrico criado, em todos os pontos do espaço, por uma distribuição uniforme de carga, de densidade linear λ , sobre a superfície de um cilindro de comprimento ℓ e raio R ($\ell \gg R$).
- (b) Havendo cargas em pelo menos dois dos cilindros representados na figura, indicar uma condição para que seja nulo o campo eléctrico no ponto $(0, 0)$.

- (c) Se todos os cilindros estiverem carregados, indicar uma situação para a qual se tenha um campo eléctrico nulo no ponto $(0, 0)$.
- (d) Determinar o(s) ponto(s) do plano da figura onde é nulo o campo eléctrico criado pelas seguintes densidades lineares de carga: cilindro 1 $\rightarrow 4\lambda$; cilindro 2 $\rightarrow 7\lambda$; cilindro 3 $\rightarrow 4\lambda$; cilindro 4 $\rightarrow 2\lambda$; cilindro 5 $\rightarrow 2\lambda$.
2. Na sequência da experiência de Oersted, em 1820, a determinação dos campos magnéticos devidos a circuitos com diversas geometrias foi um problema estudado por muitos investigadores.

Um exemplo interessante é o de um fio fino muito longo, dobrado em forma de “V” e percorrido por uma corrente constante I . Ampère resolveu com sucesso este problema, tendo determinado que o módulo do campo magnético, \vec{B} , num certo ponto P que se encontra sobre o eixo do “V”, fora dele e a uma distância d do vértice é proporcional a $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, sendo o ângulo α metade do ângulo formado pelas duas porções rectilíneas do fio.



- (a) Determinar a direcção e sentido do campo magnético \vec{B} no ponto P.
- (b) De acordo com o resultado de Ampère, $|\vec{B}(P)| = k \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. Obter a expressão da constante de proporcionalidade k .
- (c) Calcular o campo \vec{B}^* num ponto P^* , simétrico de P em relação ao vértice do “V”.
- (d) Para medir o campo magnético, coloca-se no ponto P uma pequena agulha magnética, cujo momento de inércia é \mathcal{I} e cujo momento dipolar magnético é \vec{m} . O centro da agulha está fixo no ponto P, mas esta pode oscilar num plano que contém a direcção do campo \vec{B} .
Calcular o período das pequenas oscilações da agulha em torno da direcção de \vec{B} .

Nota: Poderá, se assim o entender, recorrer à expressão

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\sin \phi_2 - \sin \phi_1)$$

e usar a relação trigonométrica

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}.$$

III Piratas...

Um grupo de quarkianos em férias nas Caraíbas resolveu fazer uma excursão por alguns recifes e ilhotas afastadas dos circuitos turísticos internacionais. Dada a sua elevada preparação técnica, os quarkianos decidem alugar um pequeno veleiro e pilotá-lo eles próprios. Infelizmente a zona para onde navegam está infestada de piratas e o grupo de excursionistas é capturado pelo mais temível de todos: o capitão Pardal. Este famoso pirata é o irmão do professor Pardal, o célebre físico da Universidade de Hogwarts. A rivalidade entre os dois irmãos originou no capitão Pardal uma profunda aversão a físicos e cientistas em geral, pelo que este decide imediatamente forçar os quarkianos a caminhar sobre a famosa prancha a que todos os piratas recorrem quando querem oferecer aos seus convidados a experiência irrepetível de mergulhar com tubarões (ver Fig. 1).



Figura 1: Porta de entrada no parque temático “Os Tubarões”.

1. Para grande desespero dos piratas, LM, o primeiro quarkiano a caminhar sobre a prancha, imobiliza-se sobre esta e interroga-se longamente sobre a distribuição de forças que está a levar a prancha a encurvar... chegando à conclusão que as forças internas, que asseguram a coesão do material de que é feita a prancha (madeira), podem ser estudadas dividindo imaginariamente a prancha em duas partes e estudando *separadamente* o equilíbrio de cada uma das partes, como se fossem dois corpos distintos. Com este procedimento, as forças internas surgem apenas na interface entre as duas partes. Estas forças variam ao longo da superfície do corte imaginário mas o seu efeito pode ser estudado reparando que a sua resultante, em cada uma das faces, será sempre uma força vertical, mesmo que a prancha esteja deformada (Fig. 2). Essa força dependerá da localização exacta do corte imaginário na prancha e das outras forças, externas, exercidas sobre a prancha, tais como o peso da própria prancha, o peso do LM e a reacção normal no ponto onde a prancha se encontra apoiada.

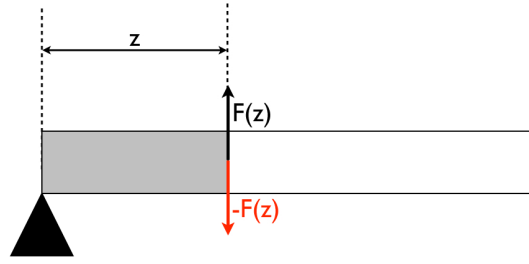


Figura 2: Resultante, $F(z)$, das forças de coesão na interface entre as duas partes da prancha. Uma das forças marcadas actua na parte esquerda da prancha, a outra actua na parte direita. Os sentidos indicados poderão não ser os correctos.

- (a) O LM encontra-se a uma distância d da extremidade fixa da prancha. Determinar a resultante das forças de coesão supondo que o peso da prancha se pode desprezar por comparação com o do LM, apresentando-a apenas em função do comprimento L da prancha e do peso W do LM.
 - (b) A soma dos momentos das forças de coesão não é igual ao momento da força resultante, pois embora as componentes não verticais destas forças se anulem umas às outras, o mesmo não se passa com os seus momentos. A soma destes momentos, $M(z)$, depende também do local onde se encontra a divisão imaginária da prancha em duas partes. Determinar $M(z)$, apresentando o resultado apenas em função de L e W .
 - (c) Olhando com mais atenção para a prancha, o LM repara que esta é de madeira maciça e tem uma grande espessura, sendo por isso mais correcto desprezar o peso do LM por comparação com o peso da prancha na determinação das resultantes das forças e dos momentos de coesão. Obter uma expressão para $F(z)$ em função de L e do peso da prancha, P .
 - (d) Deduzir uma expressão para $M(z)$ nas condições da alínea anterior.
 - (e) Infelizmente, passar as férias num “resort” com tudo incluído teve consequências nas condições físicas do LM, estando ele bem mais pesado do que no início das férias. Corrigir as expressões obtidas nas duas alíneas anteriores para ter em conta este facto.
2. Querendo evitar o mergulho, o LM resolve fazer uma aposta com os piratas: se ele for capaz de prever antecipadamente quanto vai a ponta da prancha baixar quando ele lá chegar, os piratas libertam todos os quarkianos. O LM sabe que, quando a prancha flecte, há um plano horizontal no seu interior sobre o qual as forças de coesão são nulas¹. Se a prancha for simétrica este plano corta-a em duas partes iguais. A componente segundo a direcção z da força de coesão numa pequena área dS da superfície imaginária considerada atrás é dada por:

$$f_z(y, z) = E \frac{\delta \ell}{\ell} dS$$

em que E é o módulo de Young da madeira², $\ell = OO'$, $\ell + \delta \ell = CC'$ (ver Fig. 3) e y é

¹Na realidade só é horizontal se a prancha não flectir de todo. Caso haja alguma flexão, o plano “curva” em conjunto com a prancha.

²O módulo de Young mede a rigidez de um material sujeito a forças de tensão. Pode ser encarado como a generalização para um corpo rígido da constante elástica de uma mola.

a distância do ponto considerado ao plano sobre o qual as forças de coesão são nulas.

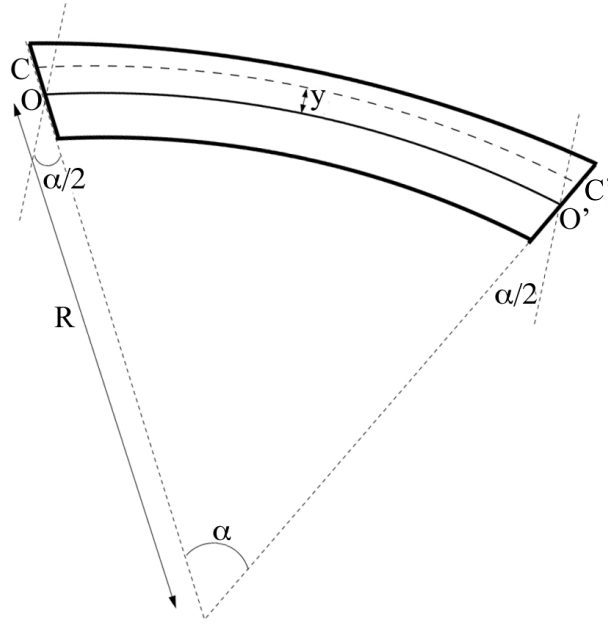


Figura 3: Esquema de um pequeno segmento da prancha deformada. O plano onde as forças de coesão são nulas está indicado com uma linha a cheio, entre O e O' . R é o raio de curvatura do segmento da prancha considerado.

- Relacionar $\frac{\delta \ell}{\ell}$ com a distância y do plano CC' ao plano OO' e com o raio de curvatura do segmento da prancha ($R(z)$).
- Determinar $M(z)$ em função de E , $R(z)$, e da largura e espessura da prancha, a e b , respectivamente.
- A forma da prancha deformada é dada por uma função $y(z)$ que relaciona o afastamento vertical y de um corte transversal da prancha à distância z do ponto onde esta está fixa. A segunda derivada desta função é o inverso da curvatura da prancha, i.e.,

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{1}{R(z)}.$$

- Determinar $y(L)$ (re-baptizando o LM para LB);
- Não determinar $y(L)$ (deixando o LM continuar a assombrar a Quarkónia...).