



SOCIEDADE PORTUGUESA DE FÍSICA

Olimpíadas de Física 2009

Seleccção para as provas internacionais

Prova Teórica

16/Maio/2009

Prova Teórica

Duração da prova: 4h

I Vários tópicos

1. Uma partícula pontual de massa m é colocada no topo de uma semi-esfera de raio R e massa M que está assente numa superfície sem atrito (ver Fig. 1). Num certo instante, a partícula começa a deslizar sobre a semi-esfera. Obter uma equação para o ângulo θ no ponto em que a partícula perde contacto com a semi-esfera.

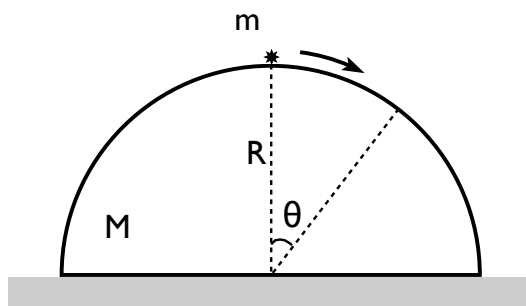


Figura 1: A partícula no topo da semi-esfera.

2. Um termostato simples pode ser construído colando duas fitas metálicas finas uma à outra, no sentido do seu comprimento. Os metais de que são feitas as duas fitas são diferentes, possuindo coeficientes de expansão térmica diferentes. A uma dada temperatura de referência, T_0 , o termostato está direito, mas encurva-se quando se varia a temperatura, pois os dois metais expandem-se ou contraem-se de forma diferente. Se um dos metais for ferro (coeficiente de expansão térmica $\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) e o outro for zinco ($\alpha = 31 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$), qual é o ângulo de torsão do termostato? (Cada uma das fitas metálicas tem 100 mm de comprimento e 0,5 mm de espessura.)
3. Um electrão cuja velocidade é $0,8c$ aniquila-se com um positrão que se encontra em repouso, originando dois fotões. Um dos fotões produzidos viaja na direcção do electrão incidente. Determinar a energia de cada fotão.
Dados: $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$.
4. Um disco metálico de raio a roda com velocidade angular ω em torno de um eixo de simetria perpendicular ao plano do disco. Paralelo a este eixo existe um campo magnético uniforme \vec{B} . Explicar, usando a força de Lorentz, por que razão se cria uma diferença de potencial entre a periferia e o centro do disco. Mostrar que esta diferença de potencial é dada pela expressão $\frac{1}{2}\omega a^2 B$.

5. Uma interface que separa dois fluidos está em permanente tensão, pois é energeticamente mais favorável para as moléculas estarem num meio isotrópico do que à superfície. A força de tensão que qualquer parte da interface exerce numa secção adjacente é directamente proporcional ao comprimento da linha que serve como fronteira entre essas duas secções. O coeficiente de proporcionalidade designa-se por tensão superficial γ .

Considere um alfinete de alumínio cilíndrico de 1 mm de raio. Esse alfinete é colocado num copo com água. Apesar da densidade do alumínio ser superior à da água, o alfinete mantém-se à superfície (ver figura).

- (a) Calcular o ângulo θ de equilíbrio (o ângulo entre o plano vertical e o plano que liga o eixo do cilindro à linha onde a água deixa de tocar na agulha).
 (b) Qual a densidade que teria de ter o alfinete para chegar ao fundo do copo?

Dados: $\rho_{\text{Al}} = 2,7 \text{ g/cm}^3$; $\gamma_{\text{Água-Ar}} = 7,28 \times 10^{-2} \text{ N/m}$.

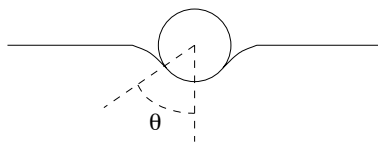


Figura 2: Corte transversal de um alfinete em água.

II Electromagnetismo

1. A figura representa uma esfera de raio R em cujo interior existe carga eléctrica de densidade uniforme ρ . Apenas parte do volume da esfera está preenchido com carga, uma vez que no seu interior existem três cavidades esféricas de raio R' ocas.
- (a) Determinar a relação entre R e R' .
 (b) Obter a expressão do campo eléctrico no centro da esfera maior e no centro de uma qualquer das cavidades.

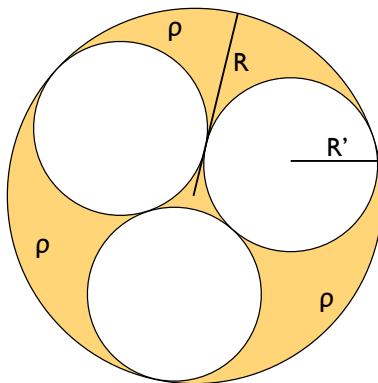


Figura 3: Esfera suíça carregada.

2. Um fio condutor longo, dobrado de modo a formar um ângulo de 60° , está colocado num plano perpendicular a um campo magnético uniforme \vec{B}_0 . Outro fio longo move-se com velocidade constante \vec{v} apoiando-se sobre o fio dobrado, de modo que os pontos de contacto e o ponto O são vértices de um triângulo equilátero. No instante $t = 0$ os lados do triângulo têm comprimento ℓ_0 . Sendo r a resistência por unidade de comprimento dos fios, determinar a corrente induzida no triângulo. Relacionar o trabalho realizado por unidade de tempo, para manter constante a velocidade, com a potência dissipada por efeito Joule no circuito.

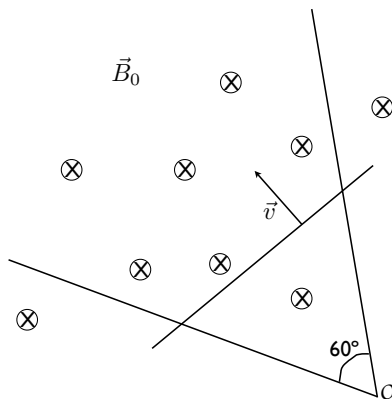


Figura 4: Fios condutores.

III Os marcianos que se cuidem...

Um pacato cidadão de Katmandu, farto do bulício da cidade, resolveu fazer turismo espacial e está neste momento em trânsito para Marte. A viagem decorre na nave “Rama”¹, um hotel-voador de π estrelas que possui gravidade artificial para minorar os efeitos de uma longa viagem espacial. Rama é um cilindro oco de 10 km de raio e 50 km de comprimento que roda sobre si próprio com um período de 4 minutos. Esta rotação é a origem da gravidade artificial, encontrando-se todas as estruturas para os passageiros sobre a superfície interior do cilindro.

1. Durante a longa viagem até Marte, os passageiros mantêm-se ocupados de várias formas, sendo a mais popular a prática de alguns desportos: golfe e ténis.
 - (a) Mostrar que a *verdadeira* gravidade sentida pelos passageiros (devido à massa de Rama) é desprezável (o material de que é feito Rama tem uma densidade de 8500 kg/m^3). Sugestão: estimar um limite superior para esta atracção.
 - (b) Determinar a aceleração gravitacional efectiva, g , na face interior de Rama devido à sua rotação.
 - (c) Uma bola de futebol é chutada (no instante $t = 0$) na “vertical” com uma velocidade v_0 muito menor que a velocidade de rotação de Rama. Mostrar que a altura da bola no instante t é dada aproximadamente por

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2.$$

¹Em homenagem a Arthur C. Clarke...

- (d) Determinar o desvio que uma bola de golfe sofre quando é batida ao longo do eixo de Rama fazendo um ângulo de 25° com a superfície interior. A tacada imprime à bola uma velocidade inicial de 50 m/s.
- (e) Um dos turistas espaciais é um excelente físico e, após meia dúzia de tacadas, apercebe-se que os longos tempos de voo das bolas de golfe são o principal obstáculo à prática deste desporto em Rama. Resolve então dedicar-se ao ténis, visto que as bolas de ténis permanecem no ar, no máximo, durante 1 s. Mas há outros efeitos introduzidos por Rama... Calcular o desvio da bola num serviço, supondo que a bola é batida a 2 m do solo e demora 1 s a atingir o outro lado do court. (O campo de ténis está orientado no sentido do comprimento de Rama.)
2. Durante a viagem, Rama atravessa uma região onde há um inexplicável campo gravítico bastante intenso. Dadas as dimensões relativamente reduzidas de Rama, este campo pode-se considerar uniforme. Para determinar o valor do campo gravítico externo, o físico coloca um cilindro maciço no solo e começa a estudar o seu movimento. Este cilindro, de raio 2 m, tem uma superfície rugosa e roda sobre a face interna de Rama sem deslizar (ver Fig. 5).

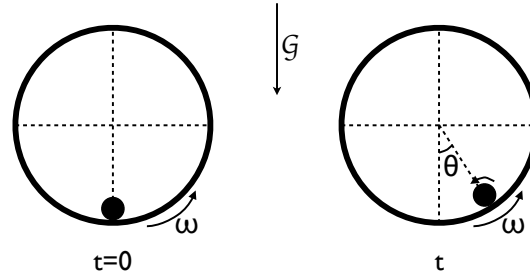


Figura 5: Determinação do campo gravítico misterioso.

- (a) Quantos radianos rodou o cilindro maciço em torno do seu eixo desde o instante $t = 0$ até ao instante t (ver figura)? Expressar o resultado apenas em função de θ , R (raio de Rama), r (raio do cilindro), ω (velocidade de rotação de Rama) e t .
- (b) Determinar a aceleração angular do cilindro maciço em torno do seu próprio eixo de simetria. Expressar o resultado apenas em função de R , r , ω e derivadas de θ .
- (c) Obter a aceleração angular do centro de massa do cilindro maciço. Expressar o resultado apenas em função da massa m do cilindro maciço, \mathcal{G} (a intensidade do misterioso campo gravítico), θ , R , r e ω .
- (d) De que maneira se pode obter o valor de \mathcal{G} ?