

PROVA TEÓRICA

Quarta-feira, 1 de Outubro de 2008

Leia estas instruções antes de iniciar a prova.

1. O tempo disponível para esta prova é 5 horas.
2. A prova consta de 3 problemas.
3. Utilize apenas o lápis que lhe for fornecido.
4. Não escreva o seu nome em qualquer das folhas de resposta, excepto na folha de rosto.
5. Resolva cada problema em folhas de resposta diferentes.
6. Numere as páginas de cada problema (utilizando 3/2/5, por exemplo, para indicar a terceira folha das cinco que utilizou para responder ao problema 2).
7. No final, coloque as folhas de resposta no envelope e entregue-o em conjunto com a folha de rosto, preenchida.
8. Deve utilizar sempre dois algarismos significativos nas suas respostas.

Problema Teórico nº 1

XIII Olimpíada Ibero-americana de Física, 2008, Morelia, Michoacán, México

Raios numa tempestade eléctrica

Introdução

O fascínio e o temor pelos fenómenos meteorológicos acompanham-nos desde a antiguidade. Por exemplo, os gregos antigos associavam os relâmpagos a Zeus, o mais poderoso dos deuses. Na mitologia nórdica, os relâmpagos eram gerados por Thor, ao trespassar as nuvens com a sua espada, na luta com outros deuses.

Por outro lado, o facto de haver tantas tempestades eléctricas no planeta, em conjunto com a enorme quantidade de energia transportada pelos raios, acarreta perigos para o homem. Por exemplo, nos Estados Unidos, morrem cerca de 100 pessoas por ano fulminadas por raios, acontecendo o maior número de fatalidades na Flórida, excedendo até as provocadas por furacões e tornados em conjunto.

O relâmpago corresponde a uma descarga eléctrica na atmosfera, produzida entre a nuvem e o solo, ou entre duas nuvens. Do ponto de vista eléctrico, o ar é um bom isolador. No entanto, quando a diferença de potencial eléctrico entre dois pontos excede um certo valor limite, cerca de 30 000 V para pontos situados a 1 cm de distância, produz-se a ruptura dieléctrica do ar. Este passa a ser um condutor eléctrico, produzindo-se uma forte descarga eléctrica em forma de faísca.



Na sua trajectória, o relâmpago transporta correntes eléctricas que podem chegar a atingir milhares de ampères durante uns milésimos de segundo, associadas a diferenças de potencial que podem ultrapassar 15 MV. No abastecimento doméstico, as correntes rondam alguns ampères, com tensões de 110 V ou 220 V.

A passagem súbita dos electrões pela atmosfera ioniza as moléculas do ar que, ao regressarem ao seu estado normal, produzem a luz conhecida por relâmpago. O aumento de temperatura nos pontos atravessados pela descarga (atingindo valores próximos de 30 000 °C) e o aumento

brusco da pressão devido ao aquecimento geram as ondas sonoras que constituem o trovão. A velocidade de propagação do som no ar é cerca de 1200 km/h, de forma que o tempo que decorre entre o avistamento do relâmpago e o trovão permite estimar a distância do observador ao local de ocorrência do raio.

O modelo utilizado pelos físicos e pelos engenheiros para descrever os relâmpagos que caem no solo consiste em considerar as nuvens e o solo como um grande condensador de placas paralelas que descarrega directamente através do ar, produzindo uma enorme faísca.

Problema

Parte I: Modelo laboratorial

Num laboratório de física verificou-se que a diferença de potencial necessária para produzir a faísca através do ar, num condensador de placas paralelas de área $3,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ (35 cm^2), não depende linearmente da distância entre as placas. Os resultados estão representados graficamente na Figura 1. Os losangos representam os dados experimentais e a linha representa um ajuste à função $V = m \left(\frac{d}{d_0} \right)^\alpha$, onde $m=5140,0 \text{ V}$, $\alpha=0.75$ e $d_0 = 10^{-3} \text{ m}$.

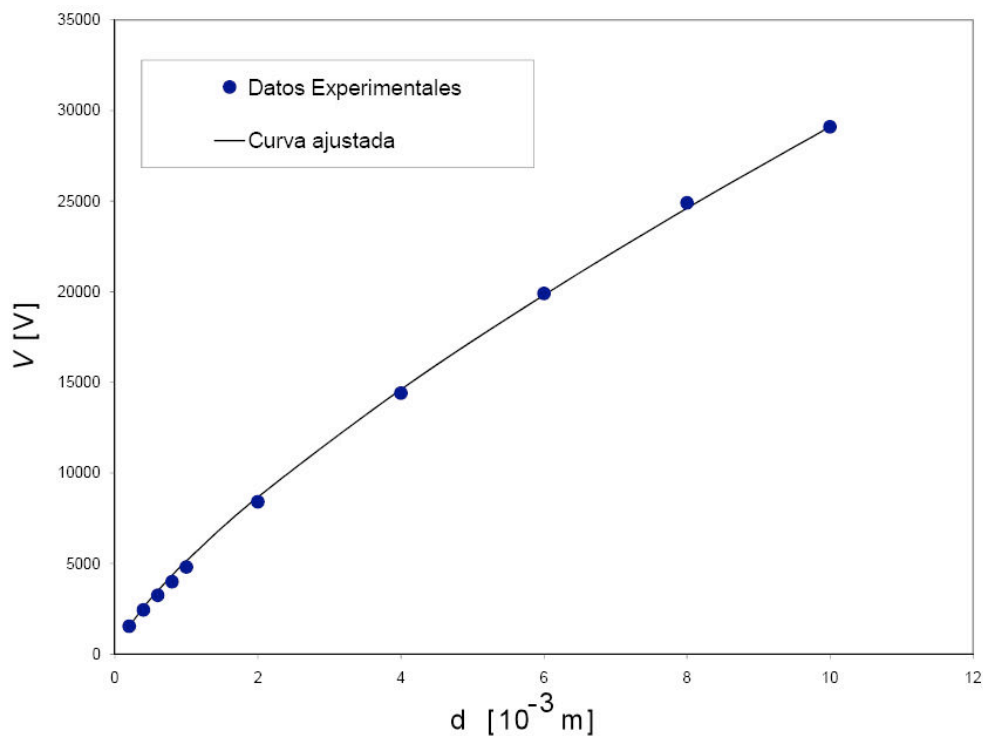


Figura 1: Ruptura dielétrica num condensador.

Para uma distância $d = 1 \times 10^{-2} \text{ m}$:

(I.a) Calcule a carga e a densidade superficial de carga numa das placas imediatamente antes de ocorrer a faísca. **(1,0 Ponto)**

(I.b) Calcule o campo eléctrico entre as placas nesse instante. **(1,0 Ponto)**

(I.c) Calcule a energia dissipada na descarga do condensador. **(1,0 Ponto)**

(I.d) Calcule a força entre as placas. **(1,0 Ponto)**

(I.e) Calcule a corrente eléctrica associada à transferência de electrões de uma placa para a outra, assumindo que a descarga decorre em 1×10^{-4} s. **(1,0 Ponto)**

Parte II: Raios de uma nuvem típica durante uma tempestade

Uma nuvem típica que origina relâmpagos é a *Cumulonimbus*, que pode ter uma base com 4 km de diâmetro e se situa a cerca de 2 km acima do solo. Esta nuvem apresenta um crescimento vertical muito grande, chegando a atingir vários quilómetros de altura. Um tempo típico para a duração da descarga de um raio, a partir da base, é de cerca de 10 ms.

Utilizando o modelo anterior do condensador de placas paralelas para um raio que sai desta nuvem e cai no solo:

(II.a) Calcule a diferença de potencial entre a nuvem e a terra necessária para a produção do raio. **(1,0 Ponto)**

(II.b) Calcule a corrente eléctrica associada ao raio. **(0,5 Pontos)**

(II.c) Calcule o número de electrões necessários para produzir uma corrente equivalente. **(1,0 Ponto)**

(II.d) Na literatura de divulgação sobre relâmpagos, costuma-se afirmar que a energia associada ao relâmpago é tal que poderia iluminar uma cidade de tamanho médio durante um ano.

Supondo que uma cidade de tamanho médio usa aproximadamente 2000 GWh para a sua iluminação durante um ano, parece-lhe que a afirmação está correcta? Calcule a energia associada ao relâmpago para justificar a sua resposta. **(1,0 Ponto)**

(II.e) O consumo mundial anual de energia é de 10^{21} J. Supondo que a Terra é atingida por 100 raios por segundo, calcule a energia associada às tempestades eléctricas durante um ano. Que percentagem do consumo mundial de energia poderia ser substituída por esta fonte alternativa de energia? **(0,5 Pontos)**

(II.f) Assuma que 50% da energia libertada por um raio é dissipada na trajectória sob a forma de calor. Suponha que a trajectória rectilínea é um cilindro recto de 0,1 m de diâmetro. O calor específico do ar pode considerar-se constante. Calcule o aumento de temperatura no ar dessa zona supondo que o volume é constante. **(1,0 Ponto)**

Calor específico do ar: $1214 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$

$\epsilon_0 = 8,9 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Problema Teórico nº 2

XIII Olimpíada Ibero-americana de Física, 2008, Morelia, Michoacán, México

Quanta energia têm e de onde provêm os raios cósmicos ultra-energéticos?

Introdução

O projecto Auger é uma colaboração internacional que estuda os raios cósmicos ultra-energéticos. Estes são partículas que atravessam o espaço a velocidades muito próximas da velocidade da luz no vácuo. A detecção destas partículas é indirecta, através dos chuviros de outras partículas e de fótons que são produzidos nas colisões dos raios cósmicos com as moléculas de ar da parte alta da atmosfera terrestre (ver Figura 2.1). As energias típicas destes raios são várias ordens de grandeza superiores às das partículas mais energéticas produzidas nos aceleradores terrestres. Há um grande interesse em compreender como são acelerados até velocidades tão próximas da da luz e em saber de que objectos cósmicos provêm.

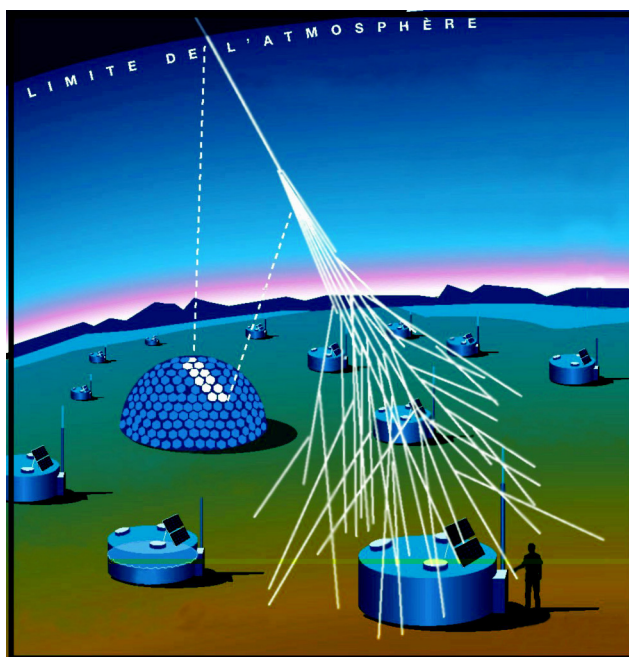


Fig. 2.1 - Diagrama *artístico* do projecto Auger-Sul, em construção na Argentina.

O que já se sabe sobre estes raios é que, acima de uma certa energia, estes NÃO podem ter origem em objectos cósmicos muito distantes. Isto deve-se a que, acima de uma certa energia, os raios cósmicos ultra-energéticos podem chocar com fótons da radiação cósmica de fundo e dissipar parte da sua energia criando novas partículas, e deixando de ser ultra-energéticos. Esta energia é conhecida como “energia de corte GKZ”, a partir das iniciais dos físicos que previram o fenómeno em 1966: Greisen, Zatsepin e Kuzmin. Neste problema calcula-se o limiar de energia para que estas colisões se dêem a distância média percorrida pelos raios cósmicos ultra-energéticos até sofrerem uma destas colisões.

Problema

Parte I: Características dos fótons da radiação cósmica de fundo

A radiação cósmica de fundo está presente em todo o Universo e é um importante vestígio da sua formação. A relação entre a intensidade da radiação de fundo e o comprimento de onda é bem descrita por um corpo negro com temperatura T de 2,7 K. A radiação de um corpo negro obedece à lei de deslocamento de Wien, segundo a qual o máximo de emissão ocorre a um comprimento de onda λ_{\max} que é inversamente proporcional à temperatura do corpo:

$$\lambda_{\max} = \frac{0,0029}{T}$$

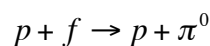
onde λ_{\max} está em metros e T em Kelvin.

(I.a) Suponha que os fótons típicos do corpo negro associado à radiação cósmica de fundo têm comprimento de onda igual a λ_{\max} . Calcule este comprimento de onda. **(0,3 Pontos)**

(I.b) Determine a energia de um fóton típico da radiação cósmica de fundo. A constante de Planck é $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ e a velocidade da luz no vácuo é $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$. **(0,7 Pontos)**

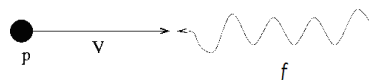
Parte II: Colisões entre prótons ultra-energéticos e fótons da radiação cósmica de fundo

Para simplificar, suponha que as partículas ultra-energéticas são prótons (p) e que estes perdem energia colidindo frontalmente com um fóton (f) da radiação cósmica de fundo, daí resultando o próton e um píon neutro (π^0):

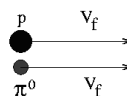


A figura seguinte representa as situações inicial e final:

SITUACION INICIAL:



SITUACION FINAL:



A velocidade inicial do próton é V e o seu momento linear é $\gamma m_p V$, onde $\gamma = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2}$. A massa das partículas é:

$$m_p = 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_{\pi^0} = 2,4 \times 10^{-28} \text{ kg}$$

Suponha que a colisão se passa a uma dimensão e que o próton e o píon se deslocam com a mesma velocidade V_f após a colisão. Pretende-se determinar a energia mínima do próton para que seja possível a produção do píon neutro.

(II.a) Escreva as equações que regem a colisão. **(2,0 Ponto)**

(II.b) Determine a energia inicial do próton ultra-energético, $\gamma m_p c^2$. Dado que $V \approx c$, pode usar a aproximação $1 + \frac{V}{c} \approx 2$. **(3,0 Pontos)**

(II.c) Calcule o valor da energia inicial do próton ultra-energético em J e em eV. Recorde que $1 \text{ J} = 6,2 \times 10^{18} \text{ eV}$. Os prótons com energias iguais ou superiores a esta são considerados ultra-energéticos porque podem produzir partículas ao chocarem com os fotões da radiação cósmica de fundo. **(1,0 Ponto)**

Parte III: Caminho livre médio entre colisões

(III.a) A densidade de energia (a energia em fotões por unidade de volume) da radiação cósmica de fundo é dada por:

$$u_E = aT^4$$

onde $a = 7,6 \times 10^{-16} \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-4}$ é a constante de radiação. Calcule a densidade de energia da radiação cósmica de fundo. **(0,3 Pontos)**

(III.b) Determine a densidade de fotões u_f (o número de fotões por unidade de volume) da radiação cósmica de fundo. **(1,0 Ponto)**

(III.c) A secção eficaz para estas colisões entre prótons e fotões é $\sigma = 2,0 \times 10^{-32} \text{ m}^2$. O caminho livre médio é definido como sendo a distância média percorrida por uma partícula entre uma colisão e a seguinte e pode estimar-se como correspondendo à altura de um cilindro que tem como base a secção eficaz de colisão e que contém um fóton no seu volume. Os prótons ultra-energéticos não podem percorrer distâncias muito superiores ao caminho livre médio sem que percam energia e deixem de ser ultra-energéticos.

Estime o caminho livre médio, l , de um próton até colidir com um fóton. **(1,2 Pontos)**

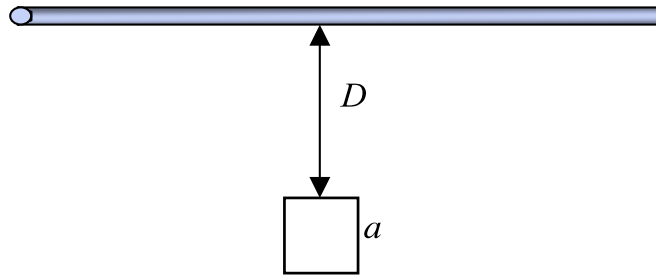
(III.d) Os quasares são objectos cósmicos onde ocorrem fenómenos de energias muito elevadas e que poderiam ser responsáveis pela produção de raios cósmicos ultra-energéticos. Os quasares são objectos longínquos, encontrando-se o mais próximo a uma distância de $2,0 \times 10^{25} \text{ m}$. Podem os raios cósmicos ultra-energéticos serem originados nos quasares ou não? Porquê? **(0,5 Pontos)**

Problema Teórico nº 3

XIII Olimpíada Ibero-americana de Física, 2008, Morelia, Michoacán, México

Levitação de uma espira condutora

Um grande fio horizontal transporta uma corrente I que decresce com o tempo. Uma espira condutora fica suspensa durante um pequeno intervalo de tempo Δt . Nesse intervalo a espira permanece em equilíbrio. A espira está num plano vertical a uma distância D por baixo do fio, conforme indica a figura. A espira é um quadrado de lado a , massa m e resistência R . A distância D é muito superior a a . Despreze a auto-indutância da espira.



- Faça um diagrama do sistema indicando claramente as correntes, campos magnéticos e forças envolvidas. **(1,0 Ponto)**
- Faça as aproximações que considerar relevantes para determinar a corrente induzida na espira em função de $\Delta I/\Delta t$. **(3,0 Pontos)**
- Determine a força magnética total sobre a espira. Indique o módulo, a direção e o sentido desta força. **(3,0 Pontos)**

Sugestão: $\frac{1}{(1+x)^n} \approx 1 - nx$.

- Encontre a condição a que deve obedecer o produto $I \times \Delta I/\Delta t$ em função das quantidades dadas e das constantes electromagnéticas para que a espira se mantenha em levitação. Seja particularmente cuidadoso com os sinais das quantidades envolvidas. **(3,0 Pontos)**