



Prova Teórica

Duração da prova: 4 h

Tenha em conta todas estas recomendações:

- Escreva o seu nome **SOMENTE** nesta folha.
- Identifique claramente o problema e a parte do mesmo a que está respondendo.
- Sempre que começar a responder a um novo problema, utilize uma **NOVA** folha de resposta. **NUNCA** misture numa mesma folha respostas de problemas diferentes. Por exemplo, **NÃO** comece a responder ao problema 3 numa folha em que já tenha respondido ao problema 2.
- Escreva apenas de um dos lados da folha de resposta.
- Enumere todas as folhas indicando também o número total de folhas que vai entregar (sem considerar o enunciado). Por exemplo, se entregar um total de 12 folhas, identifique a folha 7 com o número 7/12, etc.
- Antes de começar a resolver um problema leia cuidadosamente **TODO** o enunciado do mesmo.
- Se precisar de mais folhas peça-as ao vigilante/fiscal.
- No final guarde a calculadora e todo o material de escrita no envelope correspondente.

Nome:

Elevador Espacial Electrodinâmico

Todas as naves utilizadas em missões espaciais devem levar consigo uma fonte de energia que forneça a energia necessária para atingir os seus objectivos/objectivos. Esta fonte é, normalmente, combustível químico, células fotovoltaicas ou reactores/reactores nucleares. Um serviço espacial de entrega de energia pode ser bastante dispendioso. Por exemplo, a Estação Espacial Internacional precisará, ao longo de sua vida útil, de aproximadamente 77 toneladas de combustível químico, só para evitar a gradual diminuição do raio da sua órbita.

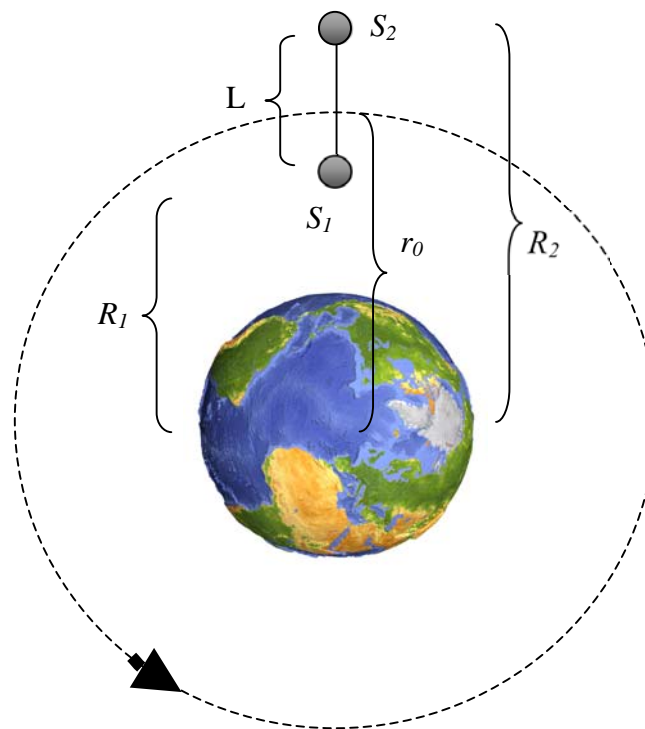


Figura 1: Sistema Elevador – Terra (o desenho não está à escala)

Para resolver estes problemas, propôs-se um dispositivo alternativo de propulsão, conhecido na literatura inglesa como *Tether* e que nós designaremos por Elevador Espacial. Os elevadores espaciais são sistemas nos quais duas massas que orbitam em redor da Terra

estão unidas por um cabo (ver Figura 1). Quando o cabo é um condutor eléctrico, designa-se o elevador por Elevador Espacial Electrodinâmico (EEE). Nos elevadores convencionais, os motores químicos ou eléctricos promovem a troca de momento entre a nave espacial e o combustível, mas um EEE troca momento com o planeta por intermédio do seu campo magnético.

Para concretizar, consideremos dois satélites S_1 e S_2 , ambos de massa igual a $M = 500$ kg. Os satélites, que orbitam em torno da Terra, estão ligados por um cabo condutor de comprimento $L = 50$ km e massa desprezável/desprezível. Considera-se que a Terra é uma esfera de massa M_T e raio R_T . O centro de massa do sistema de satélites encontra-se a 1000 km acima da superfície terrestre. São por isso válidas as desigualdades

$$L \ll R_1 \text{ e } L \ll R_2 \quad (1)$$

Ao longo de todo este problema iremos supor que o movimento orbital dos dois satélites ocorre num único plano que passa pelo equador terrestre, e que estes satélites se podem considerar massas pontuais.

- 1) Suponha que o movimento dos satélites S_1 e S_2 é tal que o prolongamento da linha que os une (e que coincide com a direcção/direção do cabo que os mantém unidos) passa sempre pelo centro da Terra.

Nestas condições, encontre a expressão analítica e calcule o valor numérico para:

- a) a velocidade angular do sistema em torno da Terra***
- b) a tensão no cabo que une os satélites***

Nota importante: para aproximações, pode usar a seguinte expressão, válida quando $\delta \ll a$:

$$\frac{1}{(a + \delta)^2} \approx \frac{1}{a^2} \left(1 - \frac{2\delta}{a} \right)$$

2) Para um observador solidário/fixo com um objecto/objeto numa órbita estável, a força de inércia (fictícia ou aparente) equilibra a força da gravidade. Num sistema como o EEE, as forças estão equilibradas no centro de massa. Porém, na esfera mais afastada da Terra a força de inércia é superior à força da gravidade. Daí resulta que um objecto/objeto nela localizado sentirá uma força efectiva/efetiva de sentido oposto ao da gravidade terrestre (gravidade artificial).

a) Obtenha a expressão analítica dessa força para um objecto/objeto de massa m localizado no interior do satélite S_2 .

b) Mostre que essa força é aproximadamente proporcional ao comprimento do cabo, L .

3) Em órbitas baixas ($r_0 \sim 1000$ km), quando o cabo condutor que mantém os dois satélites unidos atravessa o campo magnético terrestre, induz-se nele uma força electromotriz/eletromotriz. Devido à presença da ionosfera condutora, estabelece-se uma corrente eléctrica/elétrica que circula pelo cabo condutor. Surge então uma força sobre o cabo devido à interacção/interação da corrente com o campo magnético terrestre.

a) Calcule a magnitude e sentido da corrente eléctrica/elétrica induzida no cabo condutor. Suponha que a resistência eléctrica/elétrica efectiva/efetiva do sistema condutor-ionosfera é $R=10$ k Ω . Suponha ainda que o cabo está coberto por um material isolador/isolante, excepto/exceto nos seus extremos. Considere válida a aproximação dipolar do campo magnético terrestre e que a sua magnitude sobre o equador e a uma altura de 10^3 km acima da superfície terrestre é $B_0=2 \times 10^{-5}$ T. Suponha ainda que o EEE roda para Leste e que os dois satélites S_1 e S_2 são fabricados de um material não condutor (ver Figura 2).

b) Determine a magnitude, direcção/direção e sentido da força resultante da interacção/interação entre a corrente calculada no ponto a) e o campo magnético terrestre.

c) Que efeito tem essa força sobre o EEE?

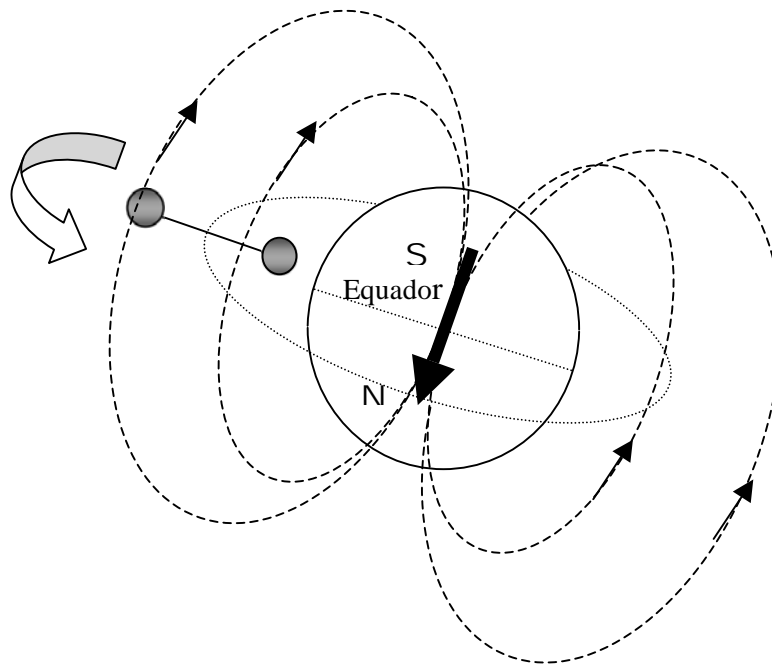


Figura 2: Diagrama do campo magnético terrestre: N e S indicam o pólo norte e o pólo sul do campo magnético terrestre, respectivamente.

4) Considere agora que o cabo forma um ângulo φ com a direcção/direção radial à Terra, tal como se mostra na Figura 3.

- a) *Determine o valor do ângulo φ para o qual o sistema se encontra numa orientação em equilíbrio estável. Justifique.*
- b) *Determine a frequência de oscilação do sistema quando é ligeiramente afastado da sua posição de equilíbrio.*

Nota: Pode ser útil o seguinte desenvolvimento, válido para x pequeno:

$$\frac{1}{\sqrt{1+ax+bx^2}} \approx 1 - \frac{ax}{2} + \frac{1}{2} \left[\frac{3}{4}a^2 - b \right] \frac{x^2}{2}$$

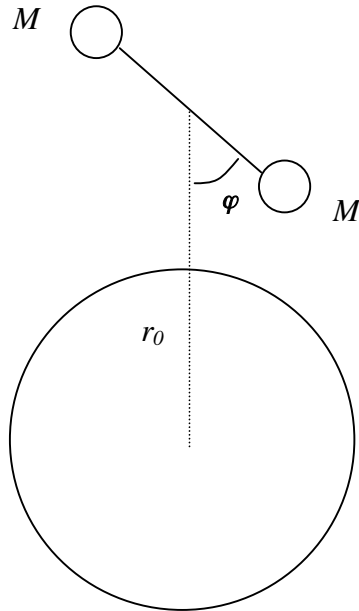


Figura 3: Sistema EEE-Terra (o desenho não está à escala)

Dados Importantes:

$G = \text{Constante de Gravitação Universal} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

$M_{\text{T}} = \text{Massa Terrestre} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$

$R_{\text{T}} = \text{Raio Terrestre} = 6367 \text{ km}$

Missão a Vénus

A forma mais simples de realizar uma viagem entre dois planetas do Sistema Solar é utilizando o que se designa por Órbita de Transferência de Hohmann. Esta é a trajectória que menos energia consome. Neste processo o satélite percorre, no espaço interplanetário, um caminho que é uma semi-elipse, com o Sol num dos focos. O planeta interior encontra-se na posição mais próxima do Sol (periélio) e o planeta exterior no ponto mais afastado dessa cónica/cônica (afélio) (Ver Figura 1). No nosso caso, uma suposta missão a Vénus, pode-se considerar que as órbitas dos planetas envolvidos são círculos perfeitos que estão no mesmo plano. Podemos assumir ainda que se consegue a configuração ideal para a transferência de Hohmann, onde a posição de Vénus (à chegada da nave) é diametralmente oposta à posição em que estava a Terra no instante da partida do satélite.

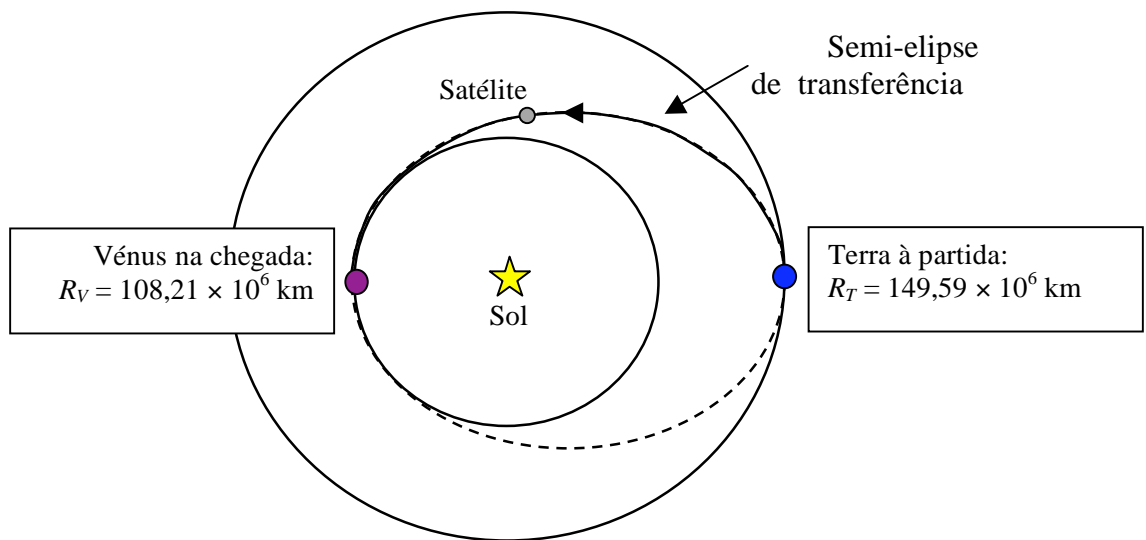


Figura 1

a) Determine o tempo de voo/vôo de uma missão da Terra ao planeta Vénus numa trajectória/trajetória de Hohmann, considerando que o movimento do satélite obedece às mesmas leis que qualquer astro do sistema solar e desprezando as perturbações gravíticas/gravitacionais de todos os planetas.

Com o intuito de fornecer energia à nave instalam-se 2 painéis solares idênticos para aproveitar a potência irradiada pelo Sol, que é de $4 \times 10^{23} \text{ kW}$. As células fotovoltaicas, que convertem a luz do Sol em electricidade/elettricidade, precisam de absorver apenas uma pequena fracção/fração desse total para alimentar a nave. Actualmente/atualmente usam-se células de Arseneto de Gálio com uma eficiência de cerca de 35%.

- b) **Determine a área mínima que deve ter cada painel solar do satélite para fazer a viagem até Vénus. Suponha que, depois de abandonar a atmosfera terrestre, a nave precisa uma potência mínima de 2 kW para o funcionamento correcto/correto dos seus instrumentos e também que os painéis solares se orientam sempre perpendicularmente à luz solar.**

Uma das propostas mas interessantes que existem para o desenvolvimento de uma nave interplanetária é o que se conhece como “veleiro solar” ou “vela de fotões/fótons” (nave espacial do Conde Duku na “Guerra das Estrelas, Episódio II”). É um tipo de propulsão espacial baseada no aproveitamento da pressão da radiação do Sol. Os fotões/fótons transferem quantidade de movimento aos objectos/objetos com que colidem. O impulso que assim se gera é permanente e gratuito e, já que no espaço não existe atrito, qualquer velocidade adquirida deste modo manter-se-á quase indefinidamente.

- c) **Encontre uma expressão para a pressão de radiação em função da energia radiante por unidade de tempo e área, supondo que a superfície do painel é perfeitamente absorvente.**

Hoje em dia, os painéis solares das naves espaciais ou dos satélites são ocasionalmente usados como velas solares para fazer pequenas correcções/correções à sua órbita sem gastar combustível.

A Figura 2 mostra o desenho esquemático do satélite. A massa da parte cilíndrica da nave é $M = 480$ kg, o seu raio é $r = 1$ m e a massa de cada painel é $m = 30$ kg.

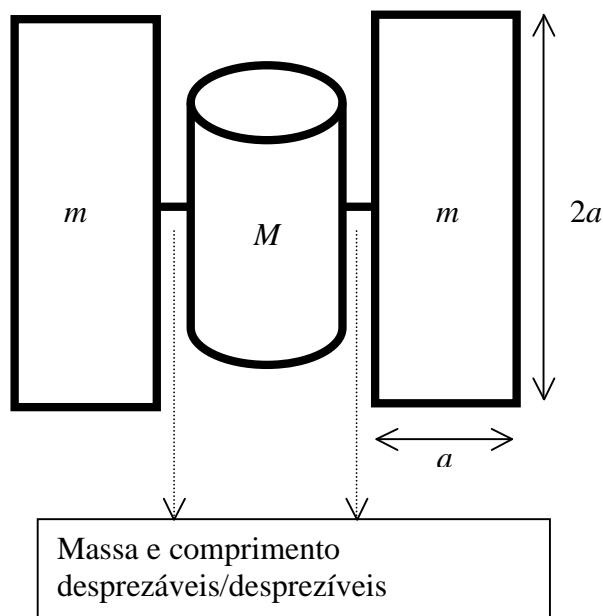


Figura 2

d) Calcule a aceleração angular inicial que se imprime à nave, quando esta orbita Vénus, se um dos painéis absorver totalmente a radiação incidente e o outro reflectir/refletir 50% da radiação incidente. Suponha que os painéis solares estão inicialmente orientados perpendicularmente à luz solar.

Devido a um defeito, a nave sai da sua órbita e é necessário saber o quanto se pode aproximar do Sol sem que se fundam os painéis.

Sabe-se que a energia emitida por unidade de tempo e por unidade de área por um objecto/objeto à temperatura T é dada pela lei de Stefan-Boltzmann

$$S = \sigma T^4 e$$

onde σ é uma constante universal e e é a emissividade. Um corpo em equilíbrio com a sua vizinhança irradia e absorve a mesma quantidade de energia por unidade de tempo, mantendo a sua temperatura constante. Para um absorvente ideal $e = 1$.

Considerando que as placas solares são constituídas apenas por Arseneto de Gálio, que a sua espessura é desprezável e que o Sol emite energia uniformemente em todas as direcções/direções:

e) Determine a distância ao Sol para a qual as células solares começam a fundir, tendo em conta que a temperatura de fusão do Arseneto de Gálio é de 1511 K. Suponha que os painéis estão sempre orientados perpendicularmente à luz solar.

Dados úteis:

- $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$

- Momentos de inércia:

- Cilindro, em relação ao seu eixo: $MR^2/2$

- Placa, em relação ao seu maior eixo: $ML^2/12$ (L é a largura da placa)

Criostato para baixas temperaturas

Um sistema simples para controlar a temperatura de uma amostra entre 77 K e 300 K consiste em submergir o recipiente com a amostra num banho de nitrogénio/nitrogênio líquido (NL) contido numa garrafa térmica de vidro.

No nosso caso o recipiente que contém a amostra é um cilindro de 5 cm de raio conectado com o exterior por meio de um tubo cilíndrico de 1 cm de raio. As paredes laterais do cilindro e do tubo são adiabáticas (isoladores térmicos). A temperatura da amostra no interior do cilindro mantém-se a 100 K mediante um sistema que regula a corrente eléctrica/elétrica que passa numa resistência. Um esquema simplificado desse sistema está representado na figura 1.

As tampas do cilindro interior são feitas de dois materiais, cobre e óxido de alumínio (alumina), sendo a parte externa de cobre. O cobre tem uma espessura de 1 cm e a alumina 3 cm. A 77 K as condutividades térmicas do cobre e da alumina são $k_{\text{cu}} = 600 \text{ W/m K}$ e $k_{\text{A}} = 26 \text{ W/m K}$, respectivamente.

A experiência mostra que, em condições de regime estacionário, o fluxo de calor, ou seja, a quantidade de calor por unidade de tempo e por unidade de área, que passa através de uma parede plana de espessura e , área A , e condutividade térmica k , é dado por:

$$\frac{1}{A} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = k \frac{\Delta T}{e}$$

onde ΔT é a diferença de temperatura existente entre as faces da parede de espessura e e área A .

Obtenha a expressão analítica e os valores numéricos para:

- a) A temperatura na interface entre o cobre e a alumina.**
- b) O calor por unidade de tempo que atravessa as duas tampas do cilindro interior.**

O raio interior da garrafa térmica que contém o nitrogénio/nitrogênio líquido é de 15 cm. As paredes e a tampa da garrafa térmica são adiabáticas. Na tampa da garrafa

térmica existe um dispositivo que permite manter a pressão no seu interior igual à atmosférica, p_a .

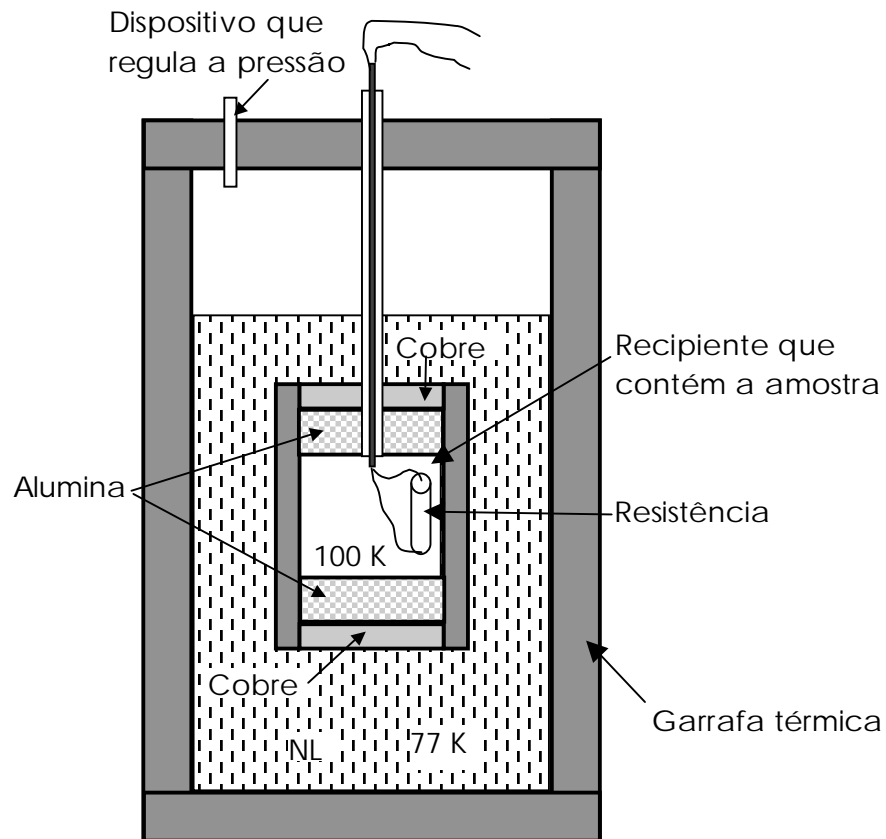


Figura 1

Obtenha a expressão analítica e os valores numéricos para:

- c) A massa de nitrogénio/nitrogênio líquido que se evapora por unidade de tempo.
- d) A mudança do nível de nitrogénio/nitrogênio líquido por unidade de tempo.
- e) O número de moles/mols de gás que saem do dispositivo por unidade de tempo.

Dados úteis:

- Temperatura de ebulição do nitrogénio/nitrogênio líquido à pressão atmosférica: 77 K
- Calor de vaporização do NL: $\lambda_v = 198,38 \text{ kJ/kg}$.
- Densidade do nitrogénio/nitrogênio líquido: $\delta_L = 808,61 \text{ kg/m}^3$
- Densidade do nitrogénio/nitrogênio gasoso a 77 K: $\delta_G = 4,61 \text{ kg/m}^3$
- Massa molecular do nitrogénio/nitrogênio gasoso: $m_N = 28,01 \text{ g/mol}$
- Constante dos gases: $R = 8,31 \text{ J/mol K}$
- Pressão atmosférica, $p_a = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$