

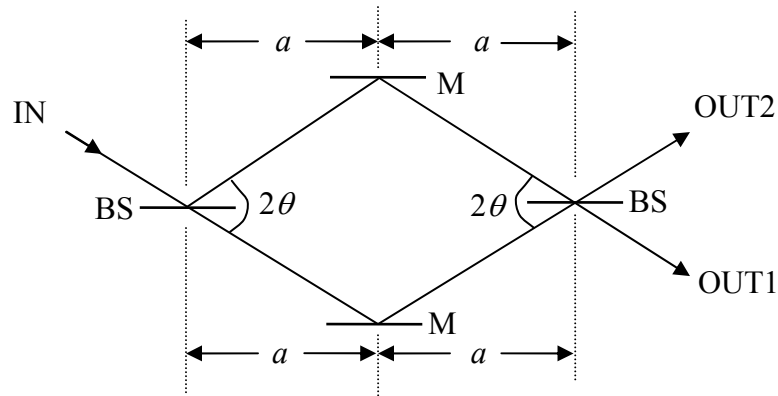
37^a Olimpíada Internacional de Física
Singapura
Prova Teórica
Segunda-feira, 10 de Julho de 2006

Por favor, ler estas instruções antes de iniciar a prova:

1. O tempo disponível para a prova teórica é de 5 horas. Há 3 questões, valendo cada uma **10 pontos**.
2. Utilizar apenas a caneta colocada na sua mesa.
3. Utilizar apenas o lado da frente das folhas.
4. Iniciar cada questão numa folha separada.
5. Transcrever sempre para a **Folha de Respostas** o sumário dos resultados que obteve. Serão também fornecidas **folhas de papel em branco**. Os resultados numéricos devem ser escritos com o número de algarismos significativos apropriado e *as unidades correctas*.
6. Escrever nas folhas em branco tudo o que considerar relevante para a resolução da questão. Por favor, utilizar o *mínimo de texto*; deverá procurar exprimir-se sobretudo com equações, números, figuras e gráficos.
7. Preencher as caixas no topo de cada folha de papel que utilizar, registando o país (**Country Code**) e o seu número de estudante (**Student Code**). Além disso, nas folhas em branco usadas em cada questão, introduzir o número da questão (**Question No.**), numerar a página (**Page No.**) e indicar ainda o número total de folhas usadas nessa questão (**Total No. of pages**). Escrever também o número da questão e a secção a que está a responder no topo de cada folha de papel. Se usar folhas de rascunho que não deseje que sejam corrigidas, marque-as com uma grande cruz sobre a folha e não as inclua na sua numeração.
8. No final da prova, ordenar as folhas de cada questão *pela seguinte ordem*: folha de respostas, folhas utilizadas (ordenadas), folhas de rascunho inutilizadas, folhas não utilizadas e enunciado da prova. Ordenar depois os conjuntos de folhas de acordo com o número da questão, prender com o clip fornecido e deixar tudo sobre a mesa. *Não é permitido retirar da sala quaisquer folhas de papel.*

Questão Teórica 1: Efeito da gravidade num interferómetro de neutrões

Transcrever todas as respostas para a **Folha de Respostas**.



BS – Separador de feixe

M - Espelho

Figura 1a

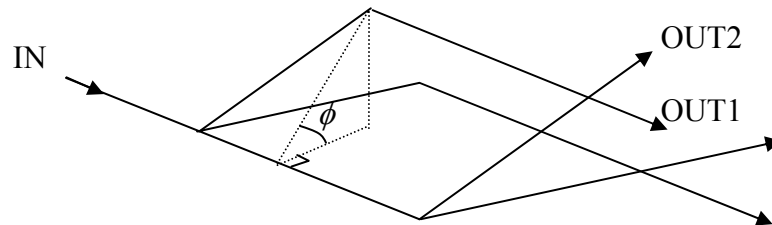


Figura 1b

Situação Física: Neste problema ir-se-á estudar uma versão simplificada da famosa experiência de interferometria de neutrões de Collela, Overhauser e Werner. Os separadores de feixe e os espelhos do interferómetro supõem-se perfeitos. A experiência permite estudar o efeito da gravidade sobre as ondas de de Broglie de neutrões.

A Figura 1a é um esquema simplificado do interferómetro, análogo a um interferómetro óptico. Os neutrões entram no interferómetro em IN, seguem os caminhos representados e são detectados numa das saídas OUT1 e OUT2. Os dois braços do interferómetro formam o contorno de um losango. O losango tem uma área de apenas alguns cm^2 .

As ondas de de Broglie dos neutrões (cujo comprimento de onda típico é 10^{-10} m) interferem de tal modo que todos os neutrões emergem da saída OUT1 se o interferómetro estiver num plano horizontal. Quando o interferómetro é rodado de um ângulo ϕ em torno do eixo definido pelo feixe de neutrões incidente (Figura 1b),

observa-se uma redistribuição dos neutrões pelas duas saídas OUT1 e OUT2. Esta redistribuição depende do ângulo ϕ .

Geometria Quando $\phi = 0^\circ$ o plano do interferômetro é horizontal; quando $\phi = 90^\circ$ o plano é vertical e as saídas estão acima do eixo de rotação.

- 1.1** (1,0) Qual é a área A do losango definido pelos dois braços do interferômetro?
- 1.2** (1,0) Qual é a altura H da saída OUT1 em relação ao plano horizontal onde se encontra o eixo de rotação?

Escrever A e H em função de a , θ e ϕ .

Comprimento do caminho óptico O comprimento do caminho óptico N_{opt} (um número) é a razão entre o comprimento do caminho (uma distância) e o comprimento de onda λ . Se λ variar ao longo do caminho, N_{opt} é obtido por integração de λ^{-1} ao longo do caminho.

- 1.3** (3,0) Qual é a diferença ΔN_{opt} nos comprimentos ópticos dos dois braços quando o interferômetro é rodado de um ângulo ϕ ? Escrever a resposta em função de a , θ e ϕ assim como da massa do neutrão M , do comprimento de onda λ_0 de de Broglie dos neutrões incidentes, da aceleração da gravidade g e da constante de Planck h .
- 1.4** (1,0) Recorrendo ao parâmetro de volume

$$V = \frac{h^2}{gM^2}$$

escrever ΔN_{opt} apenas em função de A , V , λ_0 e ϕ . Obter o valor de V ($M = 1,675 \times 10^{-27}$ kg, $g = 9,800 \text{ m s}^{-2}$ e $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J s).

- 1.5** (2,0) Quantos ciclos – de alta intensidade para baixa intensidade e de volta a alta intensidade – são completados na saída OUT1 quando ϕ varia de $\phi = -90^\circ$ a $\phi = 90^\circ$?

Dados experimentais O interferômetro de uma experiência real é caracterizado por $a = 3,600$ cm e $\theta = 22,10^\circ$, sendo observados 19,00 ciclos completos.

- 1.6** (1,0) Qual era o valor de λ_0 nesta experiência?
- 1.7** (1,0) Se se observassem 30,00 ciclos completos numa outra experiência do mesmo tipo com neutrões de $\lambda_0 = 0,2000$ nm, qual seria a área A ?

Sugestão: Se $|\alpha x| \ll 1$, é possível substituir $(1+x)^\alpha$ por $1 + \alpha x$.

Country Code	Student Code	Question Number
		1

Folha de Respostas**Geometria****1.1** A área é $A =$ **1.2** A altura é $H =$ **For
Examiners
Use
Only****1.0****1.0**

**For
Examiners
Use
Only**

$$\Delta N_{\text{opt}} =$$

3.0

$$\Delta N_{\text{opt}} =$$

0.8

$$V =$$

0.2

de ciclos =

2.0

Country Code	Student Code	Question Number
		1

Dados experimentais

1.6 O comprimento de onda de de Broglie era

$$\lambda_0 =$$

1.7 A área é

$$A =$$

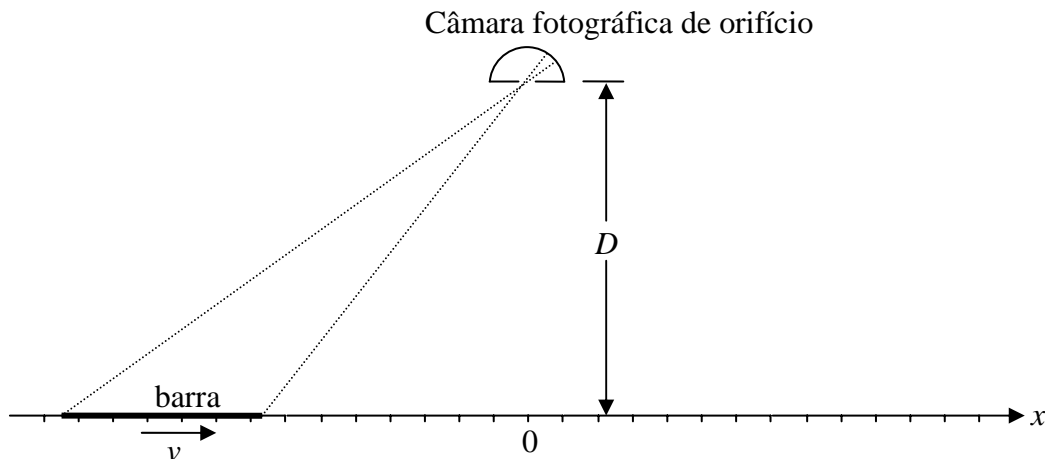
**For
Examiners
Use
Only**

1.0

1.0

Questão Teórica 2: Observando uma barra em movimento

Transcrever todas as respostas para a **Folha de Respostas**.



Situação física Uma câmera fotográfica de orifício, com o orifício em $x = 0$, e a uma distância D do eixo x , tira uma fotografia de uma barra sempre que o orifício é destapado durante um intervalo de tempo muito curto. O eixo x tem marcas equidistantes através das quais o *comprimento aparente* da barra, i.e., o seu comprimento tal como é visto na fotografia, pode ser determinado. Numa fotografia da barra *parada* o seu comprimento é L . No entanto, a barra não está em repouso, mas move-se com velocidade constante v ao longo do eixo x .

Relações básicas Uma fotografia tirada pela câmera de orifício mostra um pequeno segmento da barra na posição \tilde{x} .

- 2.1** (0,6) Qual é a posição real deste segmento no instante em que a fotografia é tirada? Escrever a resposta em função de \tilde{x} , D , L , v e da velocidade da luz c ($c = 3,00 \times 10^8$ m/s). Usar

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \text{e} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

sempre que tal ajudar a simplificar os resultados.

- 2.2** (0,9) Encontrar a relação inversa correspondente, ou seja, exprimir \tilde{x} em função de x , D , L , v e c .

Nota: A *posição real* é a que é medida no sistema de referência em que a câmera está em repouso.

Comprimento aparente da barra A câmera de orifício tira uma fotografia no instante em que a posição real do centro da barra está num ponto x_0 .

- 2.3** (1,5) Determinar o comprimento aparente da barra nesta fotografia, expressando o resultado em termos das variáveis dadas em cima.

- 2.4** (1,5) Escolher uma das opções da **Folha de Respostas** que corresponda à forma como o comprimento aparente varia com o tempo.

Fotografia simétrica Numa fotografia tirada na câmara de orifício, ambos os extremos da barra estão à mesma distância do orifício da câmara.

- 2.5** (0,8) Determinar o comprimento aparente da barra nesta fotografia.
- 2.6** (1,0) Qual é a posição real do meio da barra no instante em que esta fotografia foi tirada?
- 2.7** (1,2) Onde está, nesta fotografia, a imagem do centro da barra?

Fotografias tiradas muito cedo e muito tarde A câmara de orifício tirou uma fotografia muito cedo, quando a barra estava ainda muito afastada e a aproximar-se, e tirou outra fotografia muito tarde, quando a barra estava já muito longe e a afastar-se. Numa das fotografias o comprimento aparente é 1,00 m, na outra o comprimento é 3,00 m.

- 2.8** (0,5) Escolher **na folha de respostas** a opção que indica qual é o comprimento que se mede em cada fotografia.
- 2.9** (1,0) Determinar a velocidade v .
- 2.10** (0,6) Determinar o comprimento L da barra em repouso.
- 2.11** (0,4) Inferir o comprimento aparente a partir da análise da fotografia simétrica.

Country Code	Student Code	Question Number
		2

Folha de Respostas**Relações básicas**

2.1 Valor de x para um dado \tilde{x} :

$$x =$$

2.2 Valor de \tilde{x} para um dado x :

$$\tilde{x} =$$

**For
Examiners
Use
Only**

0.6

0.9

Comprimento aparente da barra

2.3 O comprimento aparente é

$$\tilde{L}(x_0) =$$

2.4 Escolher uma resposta: O comprimento aparente

- ☐ começa por aumentar, atinge um valor máximo e depois diminui.
- ☐ começa por diminuir, atinge um valor mínimo e depois aumenta.
- ☐ diminui sempre.
- ☐ aumenta sempre.

1.5

1.5

Country Code	Student Code	Question Number
		2

Fotografia simétrica

2.5 O comprimento aparente é

$$\tilde{L} =$$

**For
Examiners
Use
Only**

0.8

2.6 A posição real do centro da barra é

$$x_0 =$$

1.0

2.7 A fotografia mostra o centro da barra à distância

$$l =$$

1.2

da imagem da frente da barra.

Country Code	Student Code	Question Number
		2

Fotografias tiradas muito cedo e muito tarde

2.8 Escolher uma resposta:

- ☐ O comprimento aparente é 1 m na fotografia tirada muito cedo e 3 m na fotografia tirada muito tarde.
- ☐ O comprimento aparente é 3 m na fotografia tirada muito cedo e 1 m na fotografia tirada muito tarde.

2.9 A velocidade é

$$v =$$

2.10 A barra tem comprimento

$$L =$$

em repouso.

2.11 O comprimento aparente na fotografia simétrica é

$$\tilde{L} =$$

**For
Examiners
Use
Only**

0.5

1.0

0.6

0.4

Questão Teórica 3

Esta questão é constituída por cinco partes independentes. Em cada parte espera-se apenas uma estimativa dos valores em ordem de grandeza, não um valor exacto. Transcrever todas as respostas para a **Folha de Respostas**.

Câmara Digital Considerar uma câmara fotográfica digital com um sensor CCD quadrado de dimensão linear $L = 35$ mm e $N_p = 5$ Mpix (1 Mpix = 10^6 pixels). A distância focal da lente desta câmara é $f = 38$ mm. A bem conhecida sequência de números que aparece na lente (2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16, 22) indica o chamado número-F, designado por $F\#$. Este número é o quociente entre a distância focal e o diâmetro D da abertura da lente, $F\# = f/D$.

- 3.1** (1,0) Determinar a melhor resolução espacial Δx_{\min} , no CCD, da câmara, supondo que a única limitação é a lente. Escrever o resultado em função do comprimento de onda λ e do número-F, $F\#$, e obter o valor numérico para $\lambda = 500$ nm.
- 3.2** (0,5) Qual é o número N de Mpix necessários para que o sensor CCD iguale esta resolução óptima?
- 3.3** (0,5) Por vezes os fotógrafos tentam usar a menor abertura da lente possível. Supondo que a câmara fotográfica tem agora $N_0 = 16$ Mpix, sendo o tamanho do CCD e a distância focal os referidos acima, qual é o valor de $F\#$ para o qual a qualidade da imagem não está limitada pela óptica?
- 3.4** (0,5) Sabendo que o olho humano tem uma resolução angular de, aproximadamente, $\phi = 2$ arcsec, e que uma impressora fotográfica típica imprime um mínimo de 300 dpi (pontos por polegada – *dots per inch*), a que distância mínima z dos olhos se deve segurar uma página impressa de modo a não se distinguirem os pontos?

Dados 1 polegada = 25,4 mm
1 arcsec = $2,91 \times 10^{-4}$ rad

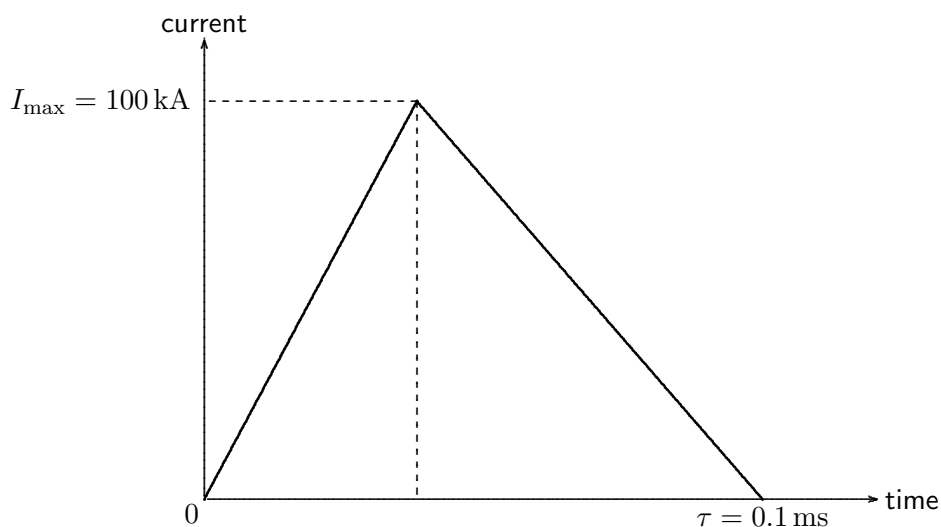
Ovo bem cozido Um ovo, tirado directamente do frigorífico à temperatura $T_0 = 4^\circ\text{C}$, é colocado numa panela com água mantida a ferver à temperatura T_1 .

- 3.5** (0,5) Qual é a quantidade de energia U necessária para coagular todo o ovo?
- 3.6** (0,5) Qual é o fluxo de calor J para o ovo?
- 3.7** (0,5) Qual é a potência calorífica transferida para o ovo?
- 3.8** (0,5) Durante quanto tempo é necessário cozer o ovo para que este fique bem cozido?

Sugestão: Pode usar a forma simplificada da Lei de Fourier $J = \kappa \Delta T / \Delta r$, onde ΔT é a diferença de temperatura associada a um comprimento típico do sistema, Δr . O fluxo de calor, J , é medido em unidades de $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$.

Dados Massa específica do ovo: $\mu = 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Capacidade térmica mássica do ovo: $C = 4,2 \text{ J K}^{-1} \text{ g}^{-1}$
Raio do ovo: $R = 2,5 \text{ cm}$
Temperatura de coagulação da albumina (proteína do ovo): $T_c = 65^\circ\text{C}$
Condutividade térmica: $\kappa = 0,64 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$ (supor que o valor é o mesmo, quer a albumina seja sólida ou líquida)

Relâmpagos Num modelo muito simplificado das trovoadas, os relâmpagos são causados pela acumulação de electricidade estática nas nuvens. Em consequência, a parte inferior de uma nuvem adquire habitualmente carga positiva e a sua parte superior carga negativa, e a terra por baixo da nuvem fica negativamente carregada. Quando o campo eléctrico correspondente excede o campo de disrupção ou rigidez dieléctrica do ar, ocorre uma descarga abrupta: o relâmpago.



Pulso de corrente idealizado que flui entre a nuvem e a terra durante um relâmpago.

Responder às questões seguintes com a ajuda desta curva simplificada para a corrente em função do tempo e dos dados seguintes:

Distância entre a parte inferior da nuvem e a terra: $h = 1 \text{ km}$;

Campo de disrupção eléctrica do ar húmido: $E_0 = 300 \text{ kVm}^{-1}$;

Número de raios que atingem a terra, por ano: 32×10^6 ;

População humana: $6,5 \times 10^9$ pessoas.

- 3.9** (0,5) Qual é a carga total Q que é descarregada num relâmpago?
- 3.10** (0,5) Qual é a corrente média I que flui entre a parte inferior de uma nuvem e a terra, num relâmpago?
- 3.11** (1,0) Imaginemos que a energia dos relâmpagos que atingem a terra num ano era recolhida e distribuída de forma equitativa por todas as pessoas. Durante quanto tempo poderia manter ligada uma lâmpada de 100 W usando a parte da energia que lhe caberia nesta distribuição?

Vasos capilares Considerar o sangue um fluido viscoso incompressível de massa específica μ semelhante à da água e coeficiente de viscosidade dinâmica $\eta = 4,5 \text{ g m}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Vamos modelar os vasos sanguíneos como tubos direitos de secção circular de raio r e comprimento L , e descrever o fluxo sanguíneo através da lei de Poiseuille,

$$\Delta p = R D,$$

que é a lei análoga à lei de Ohm, da electricidade, para a dinâmica dos fluidos. Nesta expressão Δp é a diferença de pressão entre a entrada e a saída do vaso sanguíneo, $D = S v$ é o caudal volumétrico através da secção de área S do vaso sanguíneo e v a velocidade do sangue. A resistência hidráulica R é dada pela expressão

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4}.$$

Na circulação sanguínea sistémica (aquela que flui do ventrículo esquerdo para o aurículo direito do coração), o caudal de sangue é $D \approx 100 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ num corpo humano em repouso. Responder às seguintes questões assumindo que todos os vasos capilares estão ligados em paralelo e que cada um deles tem um raio $r = 4 \text{ }\mu\text{m}$ e comprimento $L = 1 \text{ mm}$ e que operam sujeitos a uma diferença de pressão $\Delta p = 1 \text{ kPa}$.

3.12 (1,0) Quantos vasos capilares existem no corpo humano?

3.13 (0,5) Qual é a velocidade v com que o sangue flui num vaso capilar?

Arranha-céus Na base de um arranha-céus de 1000 m de altura, a temperatura no exterior é $T_{\text{bot}} = 30^\circ\text{C}$. Pretendemos estimar a temperatura exterior no cimo do arranha-céus, T_{top} . Considerar uma camada fina de ar (nitrogénio, considerado gás ideal, com coeficiente adiabático $\gamma = 7/5$) que sobe devagar até uma altura z onde a pressão é inferior, e assumir que a camada de ar se expande adiabaticamente, pelo que a sua temperatura diminui, atingindo a temperatura do ar em redor desta camada.

3.14 (0,5) Como é que se relaciona a variação relativa na temperatura, $\frac{dT}{T}$, com a variação relativa de pressão, $\frac{dp}{p}$?

3.15 (0,5) Expressar a diferença de pressão dp em função de dz , a variação na altura.

3.16 (1,0) Qual é a temperatura no cimo do edifício?

Dados Constante de Boltzmann: $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$

Massa de uma molécula de nitrogénio: $m = 4,65 \times 10^{-26} \text{ kg}$

Aceleração da gravidade: $g = 9,80 \text{ ms}^{-2}$

Country Code	Student Code	Question Number
		3

Folha de Respostas**Câmara Digital****For
Examiners
Use
Only****3.1** A melhor resolução especial é(fórmula:) $\Delta x_{\min} =$ **0.7**

o que dá

(valor numérico:) $\Delta x_{\min} =$ **0.3**para $\lambda = 500 \text{ nm}$.**3.2** O número de Mpix é $N =$ **0.5****3.3** O melhor valor para o número-F é $F\# =$ **0.5****3.4** A distância mínima é $z =$ **0.5**

Country Code	Student Code	Question Number
		3

Ovo bem cozido

<p>3.5 A energia necessária é</p> $U =$	For Examiners Use Only
<p>3.6 O fluxo de calor é</p> $J =$	0.5
<p>3.7 A potência térmica transferida é</p> $P =$	0.5
<p>3.8 O tempo necessário para cozer bem o ovo é</p> $\tau =$	0.5

Country Code	Student Code	Question Number
		3

Relâmpago

3.9 A carga total é $Q =$	For Examiners Use Only 0.5
3.10 A corrente média é $I =$	0.5
3.11 A lâmpada mantém-se acesa durante $t =$	1.0

Vasos Capilares

3.12 Existem $N =$ vasos capilares no corpo humano.	1.0
3.13 O sangue flui com velocidade $v =$	0.5

Country Code	Student Code	Question Number
		3

Arranha-céus

3.14 A variação relativa da temperatura é

$$\frac{dT}{T} =$$

3.15 A diferença de pressão é

$$dp =$$

3.16 A temperatura no topo do edifício é

$$T_{\text{top}} =$$

**For
Examiners
Use
Only**

0.5

0.5

1.0