



# **Olimpíadas de Física 2005**

Seleccção para as provas internacionais

Prova Teórica

Sociedade Portuguesa de Física

20/Maio/2005

## Prova Teórica

Duração da prova: 4h

### I Vários tópicos

*Esta secção é constituída por várias alíneas sem ligação entre si*

1. Uma partícula de massa  $M$  está parada e decai, originando duas partículas idênticas. Mostre que o módulo da velocidade das partículas,  $v$ , é o mesmo. Determine a massa  $m$  destas partículas em função de  $M$  e da velocidade com que são emitidas. Faça o gráfico de  $m$  em função de  $v/c$  e comente.
2. Um circuito tem uma pilha, de força electromotriz  $\epsilon$  e resistência interna  $r_i$ , ligada em série a uma resistência externa,  $R$ . Mostre que a potência dissipada na resistência externa é  $P = \epsilon^2 \frac{R}{(R+r_i)^2}$ . Que relação deve existir entre  $R$  e  $r_i$  para que a potência dissipada na resistência externa seja máxima?
3. Duas placas negras A e B muito grandes a temperaturas  $T_A$  e  $T_B$  ( $T_A > T_B$ ), respectivamente, são colocadas paralelamente. No meio destas placas encontra-se outra placa com emissividade  $e$ . Determine a temperatura  $T$  da placa situada no meio após se ter atingido o equilíbrio, e a intensidade da radiação transmitida de A para B.
4. Um tubo cilíndrico longo de comprimento  $L$  e secção  $A$ , com gás ideal no seu interior a uma dada temperatura, encontra-se na posição horizontal. No interior do tubo existe um pistão de massa  $m$  que divide o tubo em duas partes cada uma contendo  $n$  moles e estando à pressão  $P$ , como mostra a figura. Se este pistão for deslocado da posição de equilíbrio vai oscilar em torno deste ponto. Calcule a frequência de oscilação do pistão para pequenas oscilações. **Nota:** Despreze o atrito entre o pistão e o tubo e considere que a temperatura se mantém constante.

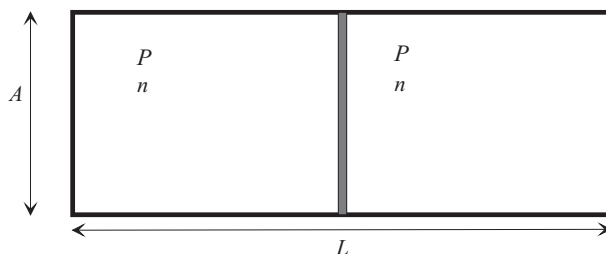


Figura 1: Tubo cilíndrico com um gás ideal.

5. O dinossauro *Diplodocus* era enorme, com um longo pescoço e cauda. Existe a tese de que, devido à sua elevada massa, para descansar as pernas este dinossauro entrava na água, deixando apenas a cabeça de fora. Considere que a densidade do

*Diplodocus* era cerca de 0,9 vezes a da água e a sua massa cerca de  $1,85 \times 10^5$  kg. Qual a força de reacção normal exercida pelo fundo do lago quando o *Diplodocus* tinha 80% do seu volume submerso? Com aquele volume submerso, os pulmões do dinossauro encontravam-se a uma profundidade média de 8 m. Qual a pressão àquela profundidade? Sabendo que, para o dinossauro poder respirar sem esforço, a diferença entre a pressão do ar nos pulmões e a pressão externa não podia ser superior a 8 kPa, será aceitável a tese de que ele entrava dentro de água para descansar? Justifique.

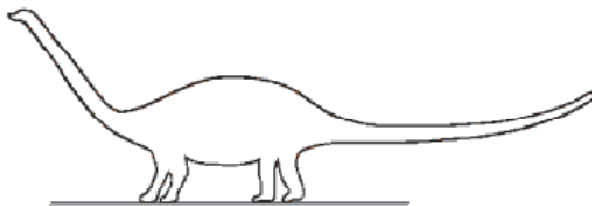


Figura 2: O dinossauro *Diplodocus*.

## II Anel carregado e aquecimento de moedas

1. (a) Mostre que o campo eléctrico criado por um anel de raio  $R$  no qual existe uma distribuição uniforme de carga de densidade  $\lambda = Q/(2\pi R)$  é, ao longo do eixo do anel,

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{z}.$$

(O anel encontra-se no plano  $z = 0$ .)

- (b) Determine o período das oscilações de uma partícula carregada, de massa  $m$  e carga  $-q$ , que é colocada no eixo do anel ligeiramente deslocada do centro.
2. Considere dois fios rectilíneos muito longos, paralelos entre si, percorridos por correntes alternadas  $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$ . Os fios estão no plano  $y = h$  e situados em  $x = d/2$  e  $x = -d/2$ .

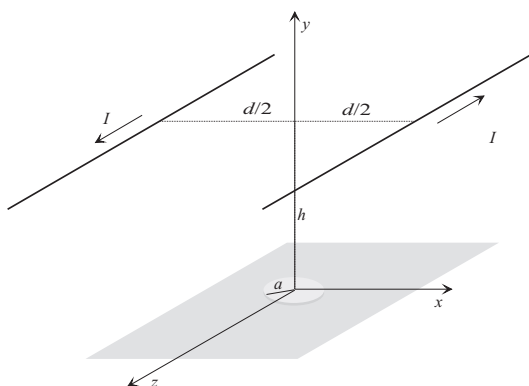


Figura 3: Os fios e a moeda.

- (a) Determine o campo  $\vec{B}$  criado no ponto  $\mathcal{O}(0, 0, 0)$ , origem do referencial cartesiano.
- (b) Considere que no referido ponto  $\mathcal{O}$  e perpendicularmente ao eixo dos  $yy$  é colocada uma moeda (um disco condutor) de raio  $a$  e espessura  $b$  muito pequena. Admitindo que o campo  $\vec{B}$  é uniforme em toda a moeda ( $a \ll h$ ), determine o campo eléctrico  $\vec{E}(r, t)$  nela induzido.
- (c) Calcule a potência média dissipada na moeda.

**Nota:** A relação entre a densidade de corrente e o campo eléctrico num condutor é  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ , onde  $\sigma$  designa a condutividade do material, considerada constante.

### III Futebol cúbico

Os jogadores de um clube de futebol lisboeta resolveram treinar-se com uma bola cúbica para verificar se os resultados da equipa melhoravam. Para os ajudar, vai estudar o ressalto de uma bola cúbica no solo após um pontapé. Para simplificar o problema considere que a bola desliza sem atrito numa superfície polida e que o cubo é na realidade uma placa quadrada de lado  $2l$  e espessura desprezável. Considere que o pontapé corresponde a uma força impulsiva horizontal aplicada no canto superior esquerdo da placa e que a placa é homogénea. O ressalto da bola pode-se estudar como uma colisão do canto inferior direito da placa com o solo que se processa em duas fases: i) o jogador pontapeia a bola e esta é comprimida contra o solo; ii) a bola descomprime-se e salta (ver figura). Assuma que o tempo de descompressão é igual à duração,  $\Delta t$ , do pontapé. Designe por  $e$  o quociente entre a força exercida pelo solo sobre a bola durante a descompressão e a força exercida durante a compressão. (**Nota:** O momento de inércia da placa quadrada para rotação em torno de um eixo perpendicular à placa e que passa pelo seu centro de massa é  $I_0 = \frac{2}{3}ml^2$ , sendo  $m$  a massa da bola.)

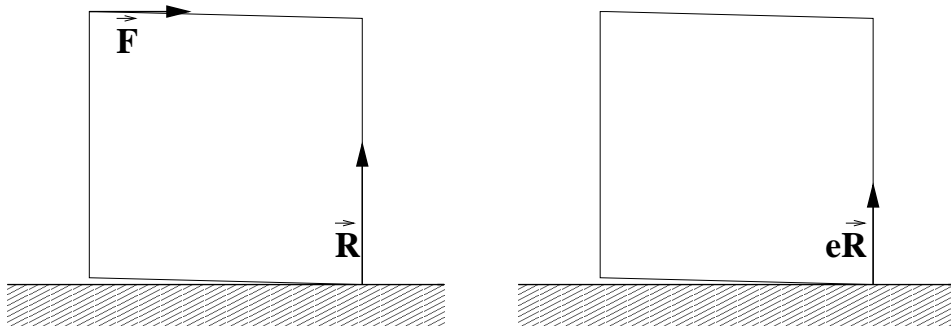


Figura 4: A bola cúbica durante as fase i) (esquerda) e ii) (direita).

- (a) Mostrar que, após o contacto do pé do jogador com a placa e antes de esta ressaltar no solo, a velocidade do centro de massa da bola tem uma direcção tal que

$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{R}{F},$$

em que  $F$  é o módulo da força do pontapé e  $R$  é o módulo da força do solo sobre a bola, que se considera muito superior a  $mg$ .

(b) Determinar a velocidade do canto inferior direito da bola imediatamente antes do ressalto.

(c) Mostrar que

$$|v_y| = |\omega| l ,$$

em que  $\omega$  é a velocidade de rotação da bola imediatamente antes do ressalto.

(d) Determinar  $\omega$  em função  $m$ ,  $F$ ,  $l$  e  $\Delta t$ .

(e) Mostrar que a componente vertical da velocidade do centro de massa da bola imediatamente após o ressalto é

$$v'_y = \frac{3F\Delta t}{5m}(1 + e) .$$

(f) Mostrar que, para  $e = \frac{2}{3}$ , a velocidade de rotação da bola após o ressalto será nula.