

Prova Teórica

Duração da prova: 4h

I Vários tópicos

Esta secção é constituída por várias alíneas sem ligação entre si

1. Imagine que existia um túnel que atravessava a Terra de um lado ao outro passando pelo seu centro. Desprezando a resistência do ar no túnel e assumindo que a massa da Terra estava distribuída homogeneamente, determine o tempo que um objecto deixado cair num dos lados do túnel demora a chegar ao outro lado.
2. O acelerador de partículas LHC (Large Hadron Collider) em construção no CERN (Centre Européen pour la Recherche Nucléaire, em Genebra) servirá para acelerar prótons até 8 TeV. Sabendo que os prótons se deslocarão numa órbita circular por acção de magnetes de 9 T, compare o raio da órbita calculado relativisticamente com o calculado pela Mecânica Newtoniana.
3. A 25 de Junho de 1997, a estação orbital russa Mir colidiu com uma nave de reabastecimento. A colisão provocou a ruptura do casco da Mir, tendo a pressão atmosférica interna caído de 750 mm Hg para 675 mm Hg em 8 minutos. Sabendo que o volume de ar na estação era 390 m^3 e que a temperatura no seu interior era 24°C , estime a área do buraco no casco.
4. Se o sistema solar fosse proporcionalmente encolhido de modo a que a distância média entre a Terra e o Sol fosse 1 m, qual seria o período da órbita da Terra? Assuma que a densidade da matéria se mantém.
5. Uma partícula de carga q e massa m é lançada no instante $t = 0$, com velocidade \vec{v}_0 , na direcção OX , numa região onde existem um campo eléctrico e um campo magnético uniformes, ambos com a direcção do eixo OZ . Determine a velocidade \vec{v} da partícula no instante t e caracterize o seu movimento. Que tipo de movimento teria a partícula se a sua velocidade inicial \vec{v}_0 fosse segundo o eixo OZ ?

II Solenóides coaxiais

1. Considere dois solenóides coaxiais muito longos, o interior de raio R e o exterior de raio $2R$. Os solenóides têm o mesmo número de voltas por unidade de comprimento e inicialmente a corrente é nula em ambos. A partir do instante em que se estabelece corrente nos circuitos, verifica-se que, em ambos os solenóides, a corrente cresce linearmente com o tempo. Em qualquer instante, a corrente no solenóide interior é dupla da do solenóide exterior e ambas as correntes fluem no mesmo sentido (ver fig. 1).

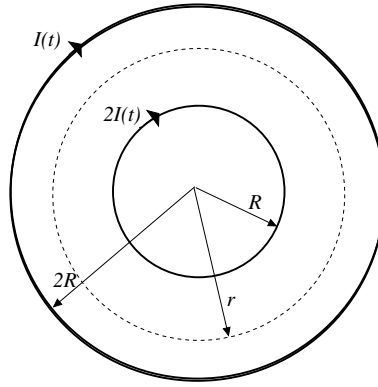


Figura 1: Vista de topo dos solenóides.

Devido a estas correntes variáveis com o tempo, verifica-se que uma partícula carregada, inicialmente em repouso entre os dois solenóides, passa a mover-se numa trajectória circular de raio r como se mostra na fig. 1.

- Determine, em função dos dados do problema, a expressão do campo magnético em todo o espaço.
- Determine o campo eléctrico entre os dois solenóides.
- Calcule o raio r da circunferência descrita pela partícula.

III A queda de um lápis...

- Um lápis de massa m e comprimento l é colocado verticalmente numa mesa, com a ponta para baixo (fig. 2) e deixado cair, rodando sobre a sua ponta. Assuma que o lápis é muito fino e considere que há atrito entre o lápis e a mesa.

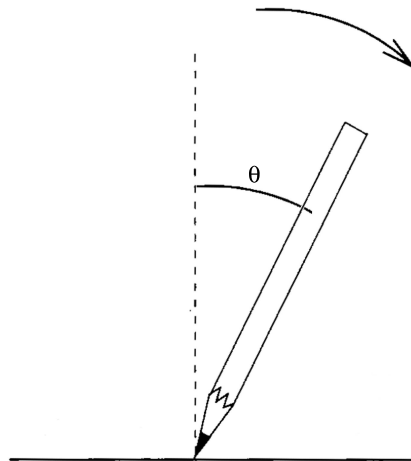


Figura 2: Lápis em queda.

- (a) Determine a velocidade e aceleração angulares em função da inclinação com a vertical (θ), antes de o lápis começar a deslizar.
- (b) Mostre que, nas condições da alínea anterior, a força de reacção normal da mesa sobre o lápis é

$$N = mg \left(\frac{3 \cos \theta - 1}{2} \right)^2.$$

- (c) Mostre que o lápis escorregará sempre antes de atingir uma inclinação de $70,5^\circ$.
- (d) Mostre que se o lápis escorregar para um ângulo superior a 48° , ele deslizará na direcção em que está a cair.
- (e) Determine o valor máximo do coeficiente de atrito estático, μ_e , para que o lápis deslize na direcção *oposta* à do lado para onde cai e mostre que quando μ_e é máximo o lápis desliza quando $\theta > 35^\circ$.

Nota: o momento de inércia de uma barra de massa m e comprimento l para um eixo de rotação que lhe é perpendicular e que passa pelo centro de massa é $I_{\text{CM}} = \frac{1}{12}ml^2$.

Dados:

$$\begin{aligned} G &= 6,673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \\ R_{\text{Terra}} &= 6,371 \times 10^6 \text{ m} \\ M_{\text{Terra}} &= 5,974 \times 10^{24} \text{ kg} \\ c &= 2,998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \\ k_{\text{B}} &= 1,381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \\ \text{carga do protão: } e &= 1,602 \times 10^{-19} \text{ C} \\ \text{massa do protão: } m_p &= 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg} \\ \text{massa molar média do ar: } m_{\text{ar}} &= 29,0 \text{ g mol}^{-1} \end{aligned}$$