

OLIMPIADAS DE FÍSICA

Seleccção para as provas internacionais

31 de Maio de 2002

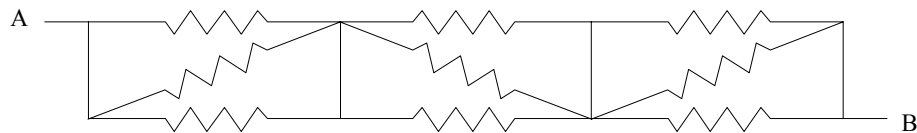
Prova Teórica

Duração da prova: 4H

I – Vários tópicos

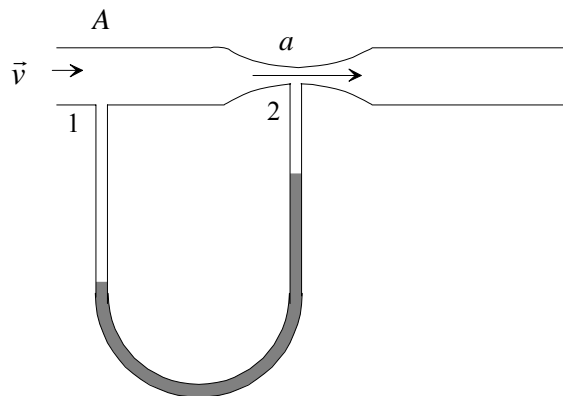
Este problema é constituído por várias alíneas sem qualquer ligação entre si.

- a) Obter a resistência equivalente entre A e B, sabendo que o valor de cada resistência é R .



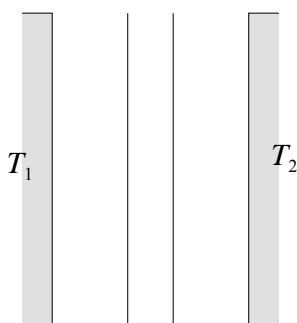
- b) Uma partícula de massa 1 g e carga $-1 \mu\text{C}$ desloca-se à superfície da Terra, na horizontal, com uma velocidade de 10^6 m/s . Se se pretender anular o efeito do campo gravítico terrestre sobre a partícula, sujeitando-a a um campo eléctrico uniforme, qual deverá ser a direcção e sentido desse campo e qual a sua intensidade? Se se pretender substituir o campo eléctrico por um campo magnético, em que direcção e sentido deverá esse campo ser aplicado? Qual a sua intensidade?
- c) O medidor de Venturi está representado na figura. Usando a equação de continuidade e a equação de Bernoulli, obtenha a expressão

$$v = \sqrt{\frac{2a^2 \Delta P}{\rho(A^2 - a^2)}}$$



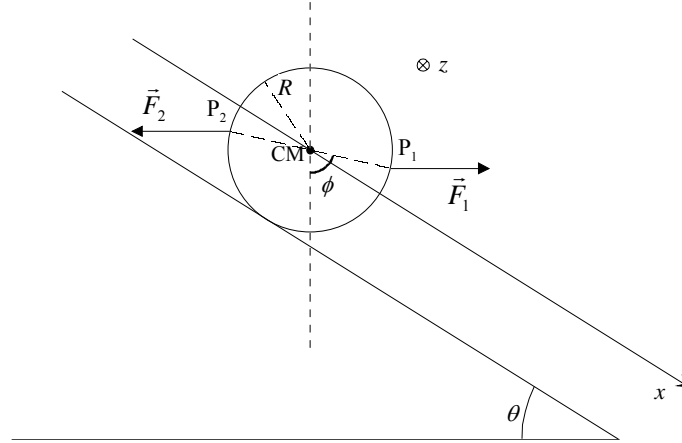
onde A e a são as áreas das secções rectas do tubo onde circula um fluido incompressível de densidade ρ e ΔP é a diferença de pressão entre os pontos 1 e 2.

- d) Uma amostra de 100 g de ar seco (gás ideal) está inicialmente à temperatura de 270 K. Lentamente, o sistema realiza um processo isobárico, durante o qual o seu volume aumenta 20%. Obter a temperatura final do sistema, o calor transferido e o trabalho realizado sobre o exterior. Considerar que a capacidade térmica mássica a pressão constante e o coeficiente adiabático são constantes: $c_p = 1005 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ e $\gamma = c_p / c_v = 1,4$ (também constante).
- e) Uma nave espacial (referencial S') desloca-se com velocidade $v = 0,5c$ relativamente à Terra (referencial S). Os referenciais têm em comum o eixo x e x' e a velocidade é segundo esta direcção. Na nave existe uma barra cujo comprimento próprio é $L_0 = 10 \text{ m}$, fazendo um ângulo de 30° com a horizontal (Ox'). Qual é o ângulo que a barra faz com a horizontal medido por um observador no referencial S ? E qual é o comprimento da barra medido nesse mesmo referencial? Da nave são emitidos píões π^+ , partículas com um tempo médio de vida igual a $2 \times 10^{-8} \text{ s}$. Obtenha o tempo de vida dessa partícula no referencial da Terra.
- f) Uma superfície plana negra, a temperatura elevada, T_1 , é colocada paralelamente a uma outra superfície plana e negra que está também a uma temperatura também elevada mas mais baixa, T_2 . Fez-se o vazio entre as placas. Para reduzir o fluxo de energia colocou-se entre as placas um escudo térmico constituído por duas finas placas negras paralelas. Decorrido algum tempo atinge-se o regime estacionário. Determinar o factor de redução do fluxo de calor devido à presença do escudo térmico (desprezar efeitos de bordos devido ao tamanho finito das superfícies).



II – Cilindro num plano inclinado

A figura representa um cilindro homogéneo de massa m e raio R num plano inclinado de um ângulo θ em relação à horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o cilindro e o plano é suficientemente elevado para que o cilindro não escorregue quando rola. O cilindro está sob a acção de um binário, cujas forças \vec{F}_1 e \vec{F}_2 são constantes ($F_1 = F_2 = F$) e estão aplicadas em dois pontos diametralmente opostos. No ponto P_1 a força aponta para a direita e no ponto P_2 a força aponta para a esquerda, qualquer que seja o valor de ϕ (ângulo que a direcção que liga P_1 ao centro de massa faz com a vertical). Considerar que, para $x = 0$, $\phi = \phi_0$.



A posição do centro de massa é dada pela coordenada x (ver figura). Designar por a a aceleração linear do centro de massa; por α a aceleração angular em relação ao eixo do cilindro (esta aceleração é positiva quando tiver a direcção e sentido do eixo z); o momento de inércia do cilindro relativamente ao seu eixo é $I = \frac{1}{2} mR^2$.

- Relacionar os módulos da aceleração do centro de massa com a aceleração angular em relação ao eixo do cilindro, e da velocidade linear do centro de massa com a do ponto P_1 (ou P_2 , ou outro qualquer ponto do cilindro). Relacionar ainda a coordenada x com o ângulo ϕ .
- Representar todas as forças aplicadas no cilindro.
- Escrever as equações de movimento para a rotação em relação ao eixo do cilindro e para a translação do centro de massa do cilindro e obter uma expressão que relacione a aceleração a com a posição x do centro de massa.
- O problema da translação do centro de massa pode ser reduzido ao de uma partícula de massa m que tem a aceleração encontrada na alínea anterior. Obter a força aplicada a essa partícula e mostrar que a expressão para a energia potencial associada a essa força é dada por:

$$U(x) = -\frac{2}{3} mg \sin \theta x + \frac{4}{3} FR \sin \left(\frac{x}{R} + \phi_0 \right).$$

- Representar graficamente cada uma das parcelas do potencial (tomar $\phi_0 = 0$ para fazer esta representação) e o potencial em função de x . Obter a condição para que o potencial tenha extremos (máximos e mínimos) e encontrar a posição dos mínimos. Em função dos dados (m , g , F , R , etc.), das condições iniciais e tendo em conta o(s) gráfico(s) que traçou, discutir os possíveis movimentos do cilindro.

III – Placa sobre rolamentos

Numa rampa muito longa, inclinada de um ângulo α em relação à horizontal, estão fixados vários rolamentos. Os rolamentos são cilindros metálicos de massa m cobertos por uma fina camada de borracha. Os eixos dos rolamentos são horizontais e estão espaçados de d (ver figura). Uma placa de madeira de massa M e comprimento $L \gg d$ é libertada no topo da rampa. O atrito no eixo dos rolamentos é desprezável. A velocidade da placa é comunicada integralmente aos rolamentos. A placa desce a parte final da rampa com velocidade constante.

- a) Considerando desprezável a energia dissipada nos rolamentos, mostrar que a velocidade final da placa é:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{4dMg \sin \alpha}{m}}.$$

- b) Na realidade, é inevitável que exista dissipação de energia nas superfícies de contacto dos rolamentos e da placa e, portanto, a expressão obtida na alínea anterior *não* se verifica! Analisando a acção das forças de contacto entre a placa e um dos rolamentos, justificar a dissipação de energia.
- c) Mostrar que a energia dissipada na superfície dos rolamentos é

$$W_{\text{dis}} = \frac{I v_{\max}^2}{2r^2},$$

em que I é o momento de inércia de um rolamento e r o seu raio. Sugestão: Considerar a variação do momento angular de um dos rolamentos durante o contacto com a placa e recordar que a força de contacto pode não ser constante. Recordar ainda que, sendo Δx a variação de uma grandeza x , se tem que $2x\Delta x \approx \Delta(x^2)$.

- d) Verificar que a velocidade máxima atingida pela placa é então

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2dMg \sin \alpha}{m}}.$$

